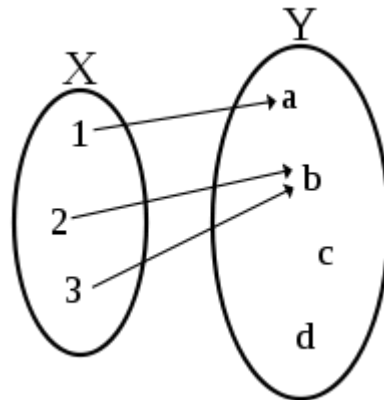


- ✓ Wiedza
- ✓ Zadania
- ✓ Rozrywka (szukaj na ostatnich stronach 😊)

Historia



Funkcja, choć nie zawsze pod swoją dzisiejszą nazwą, towarzyszy ludzkości już od czasów starożytnych Greków, którzy badali różnego rodzaju zależności funkcyjnych. Początki funkcji jako pojęcia pojawiły się w średniowieczu, jednak dopiero wiek XVII rozpoczął szczegółowe badania nad tym zagadnieniem. Termin *fluenta*, nadany przez **Newtona** z biegiem czasu przekształcił się z słowo **funkcja**, użyte po raz pierwszy przez **Leibniz'a**. Ważnym przełomem było oznaczenie przez **Bernoulli'iego** literą „n” dowolną wielkość utworzoną z nieoznaczonych i stałych w „*Acta Eruditorum*”. Kilka lat później wielkości te były już przez niego oznaczane jako **X** i ξ . Uważał te symbole za jaśniejsze i od razu wyjaśniające, jakiej zmiennej dotyczy funkcja. W korespondencji pomiędzy Bernoulli'nim i Leibniz'em funkcja była rozumiana jako **wyrażenie analityczne**. Od tamtej pory do języka matematyki w użycie weszły terminy **wielkości zmiennej** i **wielkości stałej**.

Zastosowania funkcji

- W medycynie (monitor pracy serca)

- w sądownictwie (WARIOGRAF)

- W życiu codziennym:

Np. Dziennik, w którym każdy uczeń ma przypisany nr,

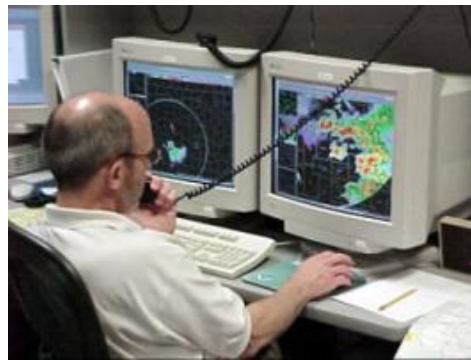
każdy człowiek ma Swój niepowtarzalny nr PESEL,

każda książka w bibliotece ma Swój nr.

-oscyloskop – obrazuje kształt prądu przemiennego na wykresie

-GPS – pomiar powierzchni
-geodeta

- meteorologia



-Komputer sterujący pracą silnika samochodowego dopasowuje ilość podawanego paliwa oraz powietrza w zależności od parametrów temperatury silnika, temp. Powietrza oraz pozycji pedału gazu

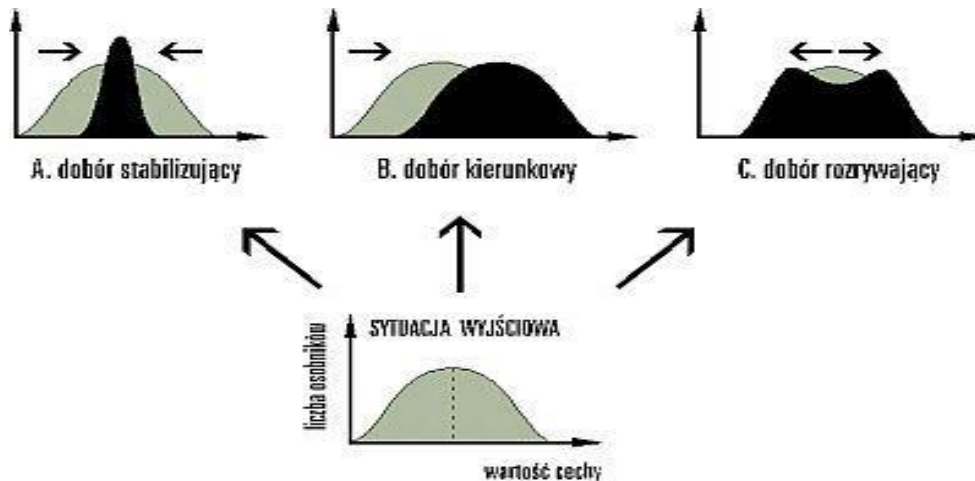
-wszystkie obrabiarki sterowane numerycznie (np. w komputerze rysujesz własnego pomysłu bryłę w 3D, a potem obrabiarka w która włożysz np. kawałek drewna obrobi ją w idealnych parametrach jak w Twoim projekcie)



INNE PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA FUNKCJI:

- sterowanie ogrzewaniem
- produkcja energii energetycznej
- odtworzenie muzyki z nośników cyfrowych

- prawidłowość ewolucji – rodzaje doboru naturalnego



A. Dobór stabilizujący – powoduje eliminację osobników posiadających skrajne wartości danej cechy. W wyniku jego działania populacja staje się wyrównana i mniej zmienna.

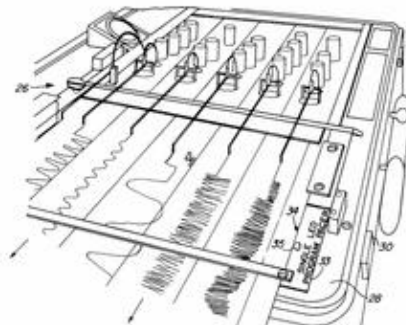
B. Dobór skierowany (kierunkowy)

-faworyzuje osobniki obdarzone cechami o max. lub min. Wartościach, eliminując te, które posiadają cechy o wartości przeciwnej (np. ptaki).

C. Dobór rozrywający – eliminuje osobniki o średnich wartościach danej cechy. Powoduje to wyraźne rozdzielenie populacji na dwie grupy, co w wypadku izolacji genetycznej może doprowadzić do klasycznego podziału. Taki dobór występuje gdy populacja zajmuje teren zróżnicowany siedliskowo, a rozdzielenie pozwala lepiej wykorzystać zasoby środowiska.

- WARIOGRAF

Zasada działania wariografu opiera się na fakcie, że każde przeżycie, nie tylko takie, które nami wstrząsnęło, zostawia ślady w naszym mózgu. Są to tak zwane ślady pamięciowe. Jeśli komukolwiek pokażemy na przykład zdjęcie osoby, którą zna lub którą widział, jego mózg zareaguje, wysyłając określony rodzaj impulsu. Bo tak



właśnie, na zasadzie impulsów elektrycznych, działają komórki mózgowe. Taki sygnał płynący z mózgu mówi: „wiem”, „pamiętam”, „byłem tam”, „widziałem”.

Żaden trening, relaksacja ani inna technika nie może spowodować, że ślad pamięciowy z mózgu zniknie. Wariograf jest skonstruowany w taki sposób, aby sygnał wysłany przez mózg, świadczący o śladzie pamięciowym, rejestrować na papierze.

Mniej ważne czujniki wariografu rejestrują normalne funkcje organizmu jak oddech i ciśnienie krwi. Linia, którą wykreśla najważniejszy czujnik wariografu, pokazuje opór elektryczny skóry, a pośrednio jest obrazem impulsu mózgowego. Impuls ten świadczy o tym, że badany mózg coś na dany temat zarejestrował. Mówiąc w dużym uproszczeniu, reakcja mózgu zmienia wilgotność skóry. Ludzka skóra przewodzi prąd elektryczny, a wilgotniejąc przewodzi go jeszcze lepiej. Przez to jego natężenie nieznacznie rośnie, a zatem i maleje opór, który jest stosunkiem napięcia do natężenia.

Dlaczego wykrywacza kłamstw nie da się oszukać?

Maszyny do wykrywania kłamstw których używano wcześniej wykorzystywały fakt, że pocimy się, kiedy jesteśmy zdenerwowani, ale były nieskuteczne, ponieważ można je było oszukać kierując na przykład myśli na inne tory lub sztucznie wywołując emocje. Ich działanie jednak opierało się na innych zasadach (nie chodziło o ślady pamięciowe w mózgu) niż działanie dzisiejszego wariografu. Tego oszukać się nie da. Jeśli w mózgu istnieją ślady pamięciowe, wariograf je ujawni. Jeśli nie, wykres nic nie pokaże, nawet jeśli badana osoba, np. rzekomy świadek, wmówi sobie, że widziała coś, czego nie widziała.

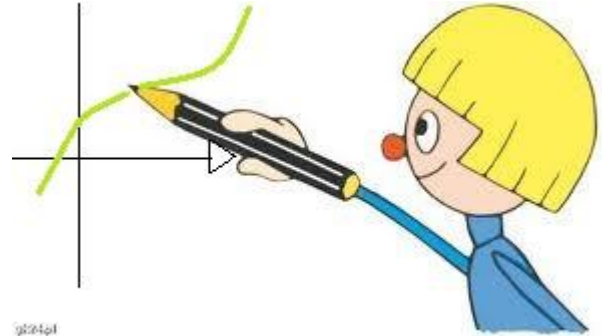
Ale to, że wariograf jest nieomylny, nie znaczy, że wyniki jego badań zawsze są jednoznaczne. Może się zdarzyć, że badana osoba, np. podejrzany, nigdy nie zetknęła się z ofiarą, a mimo to zareaguje na widok jej zdjęcia, bo np. widziała je w gazecie. Nie ma natomiast możliwości pomyłki w drugą stronę: jeśli badany nie ma związku z faktami, o które się go pyta, wykres pozostanie niezmienny. Wyniki badań wariograficznych są rzetelne tylko w przypadku osób, które nie cierpią na poważne zaburzenia psychiczne powodujące brak rozeznania między fikcją a rzeczywistością.

Ciekawostki

Najstawniejsza funkcja świata

Nie mamy na myśli funkcji kwadratowej, sinusa czy cosinusa. Chodzi o funkcję dzeta Riemanna, która dla liczb $s > 1$ określona jest wzorem

$$\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots,$$



Dzeta (jej nazwa pochodzi od greckiej litery

ζ) jest bohaterką najstawniejszego

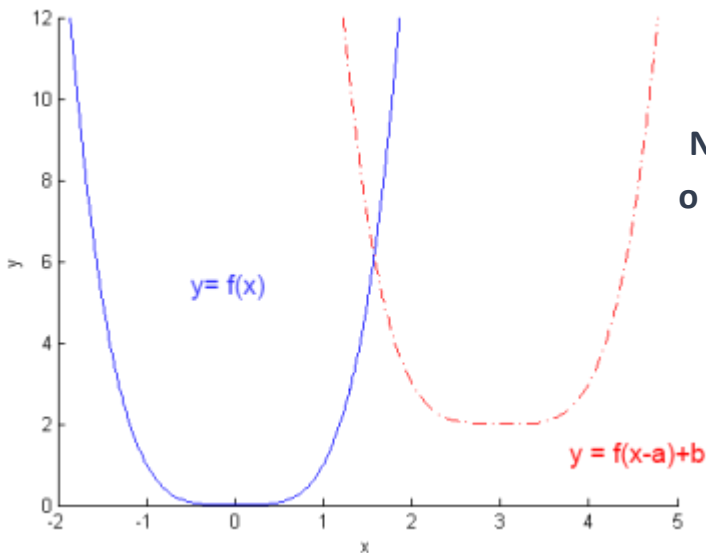
nierozwiązanego problemu współczesnej matematyki, tzw. hipotezy Riemanna. Głosi ona, że wszystkie ciekawe rozwiązania równania $\zeta(s) = 0$ w zbiorze liczb zespolonych (czyli miejsca zerowe funkcji dzeta) położone są na jednej prostej. Brzmi to sucho i abstrakcyjnie, ale rzecz ma bardzo głębokie związki ze współczesną teorią liczb, w szczególności z rozkładem liczb pierwszych. Bernhard Riemann sformułował swą hipotezę w 1859 r. Po upływie 140 lat, mimo wielu wysiłków licznych matematyków, dysponujemy tylko pewną liczbą poszlak, świadczących o jej prawdziwości.

Dzeta jest funkcją stosunkowo tajemniczą. **Trudną rzeczą jest nawet obliczanie jej wartości, czyli to, co odruchowo chciałby zrobić każdy, spotykając nową funkcję.** 😊

Zadania maturalne

Przesunięcie o wektor $\vec{u} = [a, b]$

Przesunięcie wykresu funkcji o wektor $\vec{u} = [a, b]$ uzyskujemy przez przekształcenie wykresu funkcji $y=f(x) \rightarrow y=f(x-a)+b$

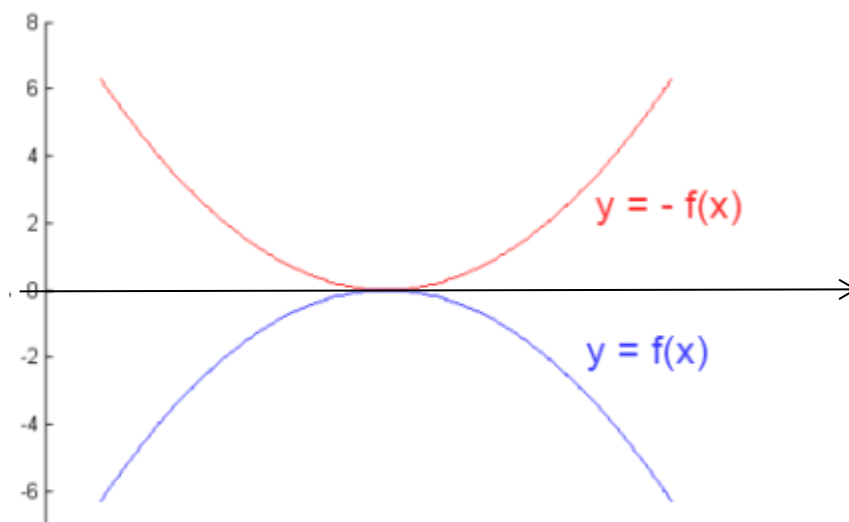


Np. Przesuwając wykres funkcji $f(x)=4x^2$
o $\vec{u} = [-3, 4]$

Otrzymamy $g(x)=4(x+3)^2+4$

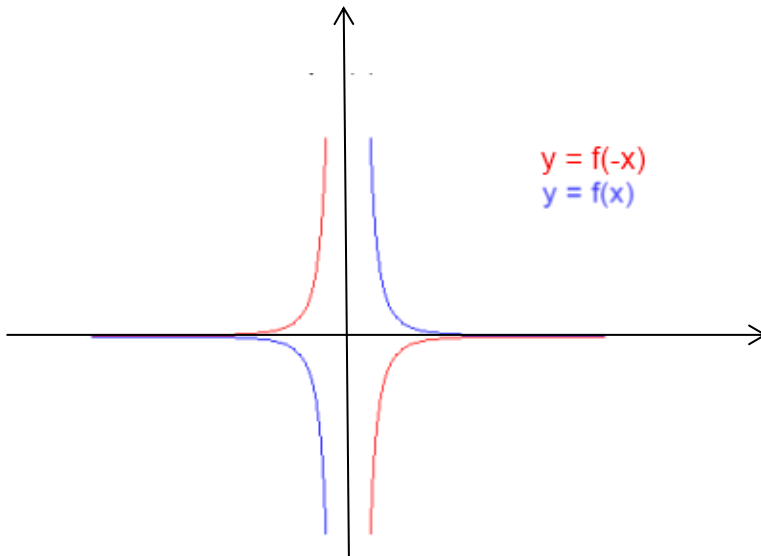
Symetria względem osi OX

Po przekształceniu uzyskujemy wykres funkcji o równaniu $y=-f(x)$



Symetria względem osi OY

Po przekształceniu uzyskujemy wykres funkcji o równaniu $y=f(-x)$



Przykładowe rozwiązane zadania:

1. Jeżeli miejscem zerowym funkcji liniowej o wzorze $f(x) = 2x(m+1)$ jest 4 to parametr

$m = -1$, gdyż:

$$0 = 2 \cdot 4(m+1)$$

$$0 = 8m + 8$$

$$-8 = 8m$$

$$-1 = m$$

2. Jeżeli prosta o równaniu $y = 6x + (m-1)$ przechodzi przez punkt $A = (2, 1)$ to parametr

$m = -10$, gdyż

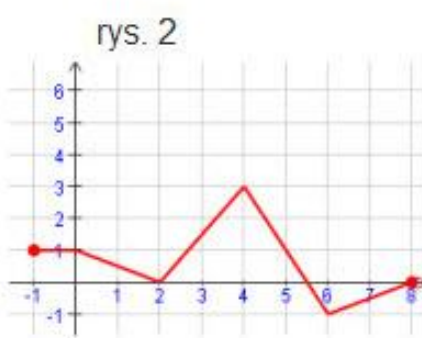
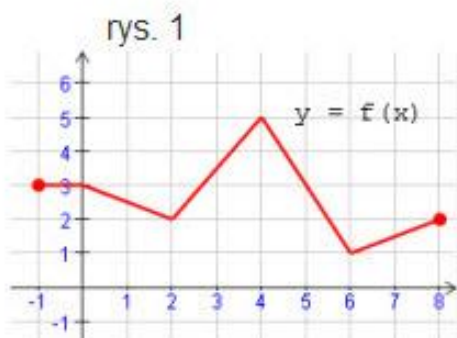
$$1 = 12 + (m-1)$$

$$-11 = m-1$$

$$-10 = m$$

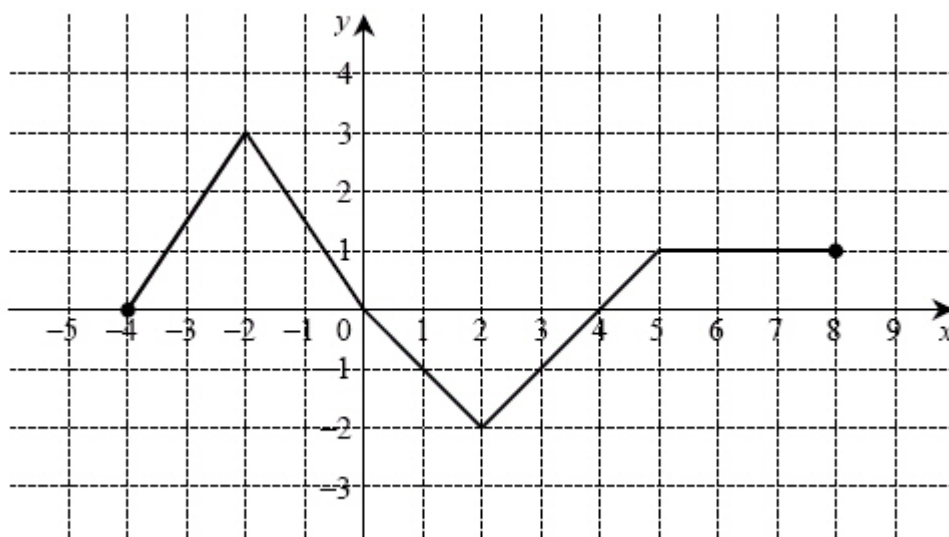
Zadania do samodzielnego rozwiązania

1. Na rysunku 1. jest przedstawiony wykres funkcji $y = f(x)$.



Funkcja przedstawiona na rysunku 2. jest określona wzorem

- A. $y = f(x) + 2$ B. $y = f(x) - 2$ C. $y = f(x - 2)$ D. $y = f(x + 2)$
2. Prosta o równaniu $y = -4x + (2m - 7)$ przechodzi przez punkt $A = (2, -1)$.
Wtedy:
- A. $m = 7$ B. $m = 2\frac{1}{2}$ C. $m = -\frac{1}{2}$ D. $m = -17$
3. Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (2 - m)x + 1$.
Wynika stąd, że:
- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$
4. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .

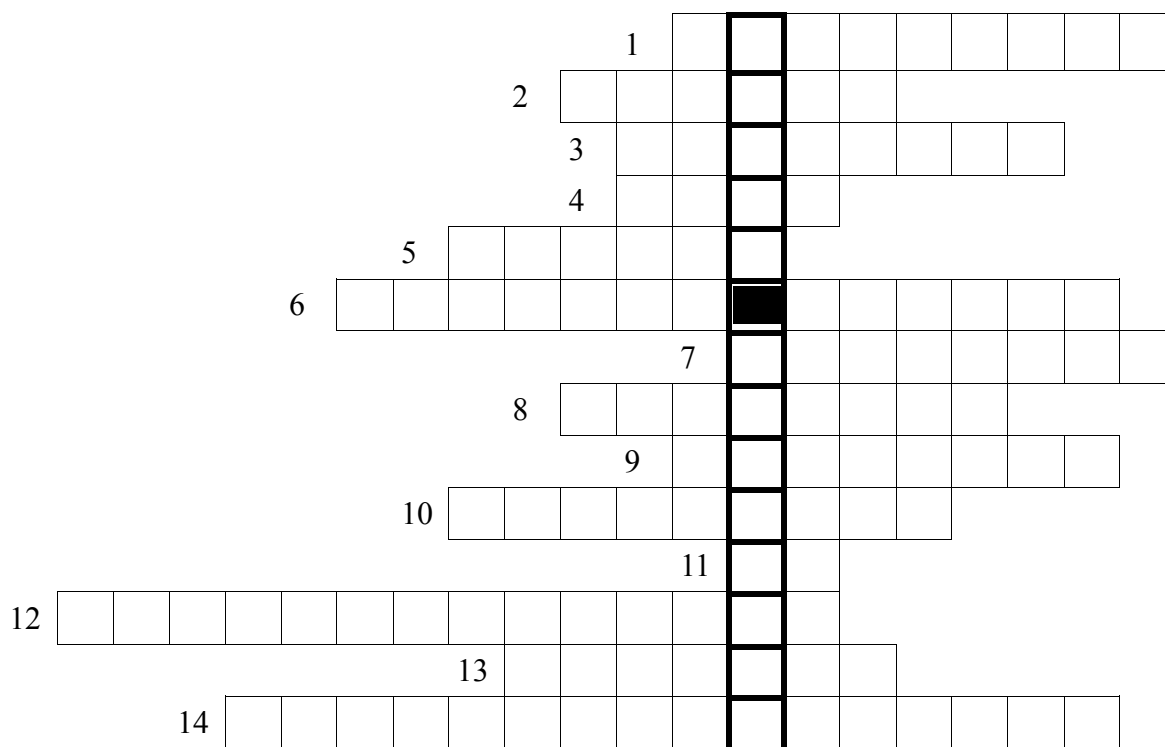


Odczytaj z wykresu i zapisz:

- dziedzinę i zbiór wartości funkcji f ,
- przedział maksymalnej długości, w którym funkcja f jest malejąca,
- miejsca zerowe tej funkcji,
- argumenty dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne,
- największą wartość funkcji.

Rozrywka :)

Krzyżówka



- Zbiór argumentów
- Np. \cup (suma), \setminus (odejmowanie)
- $\frac{1}{4}$ układu współrzędnych
- funkcji np. $y = x + 3$
- Przesuwamy wykres funkcji o np. $[0, -2]$
- Punkt, w którym wartość funkcji wynosi 0.
- Np. dziedzina, zbiór wartości, asymptoty, monotoniczność.
- $y > 0$ tzn. funkcja przyjmuje wartości...
- Zmienna niezależna funkcji (x), to ...
- Prosta pionowa, której wykres funkcji nigdy nie przecina.
- W układzie współrzędnych oznaczona symbolem x lub y .
- Gdy funkcja rośnie lub maleje.
- Może być kwadratowa, liniowa lub wykładnicza.
- Na grafie oznaczona symbolem Y .

Komiks

Po co są funkcje?

Kiedy one przydadzą mi się w życiu?



Może w internecie

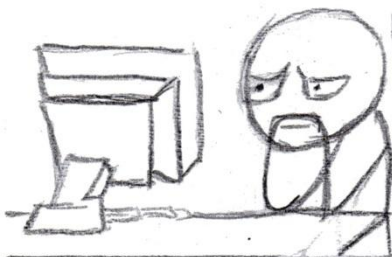
znajdę zastosowania funkcji.



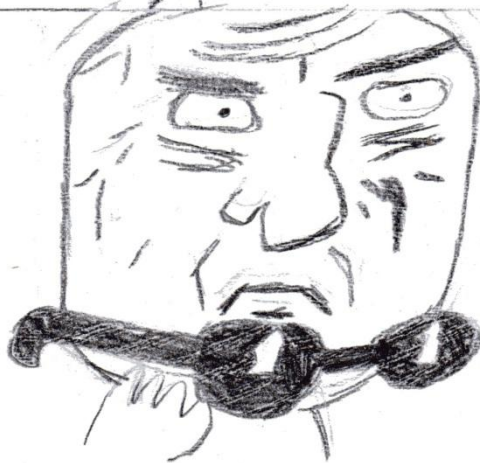
☞☞ Każda góra ma PRZYPORZĄDKOWANĄ wysokość ☞☞

☞☞ Każdy człowiek ma PRZYPORZĄDKOWANY pesel ☞☞

☞☞ Każde państwo ma PRZYPORZĄDKOWANĄ stolicę ☞☞



☞☞ Każda ulica ma PRZYPORZĄDKOWANĄ nazwę ☞☞



FUNKCJE
SĄ
WSZĘDZIE

Rebus

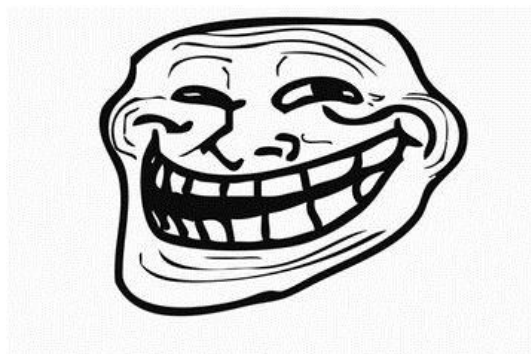


Humor

- Funkcje stosujemy nawet w życiu codziennym. Wystarczy do danego zbioru argumentów X przyporządkować elementy zbioru Y;
np. każdy uczeń II d ma przyporządkowany numer z dziennika.
- Ależ to funkcjonalne!

Zbiór X i Y rywalizują ze sobą w skokach w dal.

- Nie masz szans! – krzyczy **zbiór X** – W tej **dziedzinie** jestem najlepszy!
- To żaden **argument**!



Kalendarium



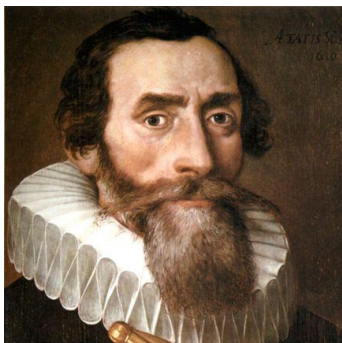
26 listopada 1894 r. urodził się **Norbert Wiener** - amerykański matematyk pochodzenia polsko-żydowskiego, twórca cybernetyki.



1 grudnia 1792 r. urodził się **Nikołaj Iwanowicz Łobaczewski** –rosyjski matematyk. Twórca pierwszej geometrii nieeuklidesowej, zw. też geometrią Łobaczewskiego.



25 grudnia 1642 r. ? urodził się **Sir Isaac Newton** - angielski fizyk, matematyk, astronom, filozof, historyk, badacz Biblii i alchemik. Przyczynił się do rozwoju rachunku różniczkowego i całkowego



27 grudnia 1571 r. urodził się **Johannes Kepler** - niemiecki matematyk, astronom i astrolog, jedna z czołowych postaci rewolucji naukowej w XVII wieku. Najbardziej znany jest z nazwanych jego nazwiskiem praw ruchu planet,



27 grudnia 1654 r. urodził się **Jakub Bernoulli**

szwajcarski matematyk i fizyk. Stworzył podstawy rachunku prawdopodobieństwa. Wprowadził pojęcia całki i biegunowego układu współrzędnych.



28 grudnia 1903 r. urodził się **John von Neumann** - węgierski matematyk, inżynier chemik, fizyk i informatyk, pracujący głównie w Stanach Zjednoczonych. Wniósł znaczący wkład do wielu dziedzin matematyki - w szczególności był głównym twórcą teorii gier, teorii automatów komórkowych

Gazetkę opracowali:

Historia: Magda Wendt, Oliwia Wróblewska, Agnieszka Kędziora, Ola Ramel

Zastosowania: Dominika Kin, Mikołaj Osiński, Aleks Abraham, Kasia Nowicka

Ciekawostki: Karolina Kara, Asia Kita, Agata Grabowska, Michalina Kijowska

Zadania: Kasia Olech, Ania Wiechetek, Paulina Skórko, Patrycja Urynowicz

Rebus: Monika Arendt, Ola Dettlaff, Klaudia Wyryma, Ida Wysocka

Krzyżówka: Ola Korzon, Kinga Gromelska, Paulina Przesławska

Komiks: Michał Hildenbrandt,

Skład i humor: Karolina Juchniewicz, Natalia Krużycka, Krysia Złowocka

Opieka; pomysł i motywacja: Pani Anita Wrzeszcz

Pomoc: Pani Anna Helmin

Odpowiedzi:

1) wektor $[0, -2]$

odp. B

$$2) -1 = -8 + (2m - 7)$$

$$7 = 2m - 7$$

$$14 = 2m$$

$$m = 7$$

Odp. A

$$3) y = 0 \quad x = 1$$

$$y = (2 - m)x + 1$$

$$0 = (2 - m) \cdot 1 + 1$$

$$m = 3$$

Odp. D

$$4) ZW: y \in \langle -2; 3 \rangle$$

$$D: x \in \langle -4; 8 \rangle$$

f maleje w przedz. $\langle -2; 2 \rangle$

miejsca zerowe: $x = -4, x = 0, x = 4$

$$y < 0 \Leftrightarrow (0; 4)$$

$$y_{\max} = 3$$