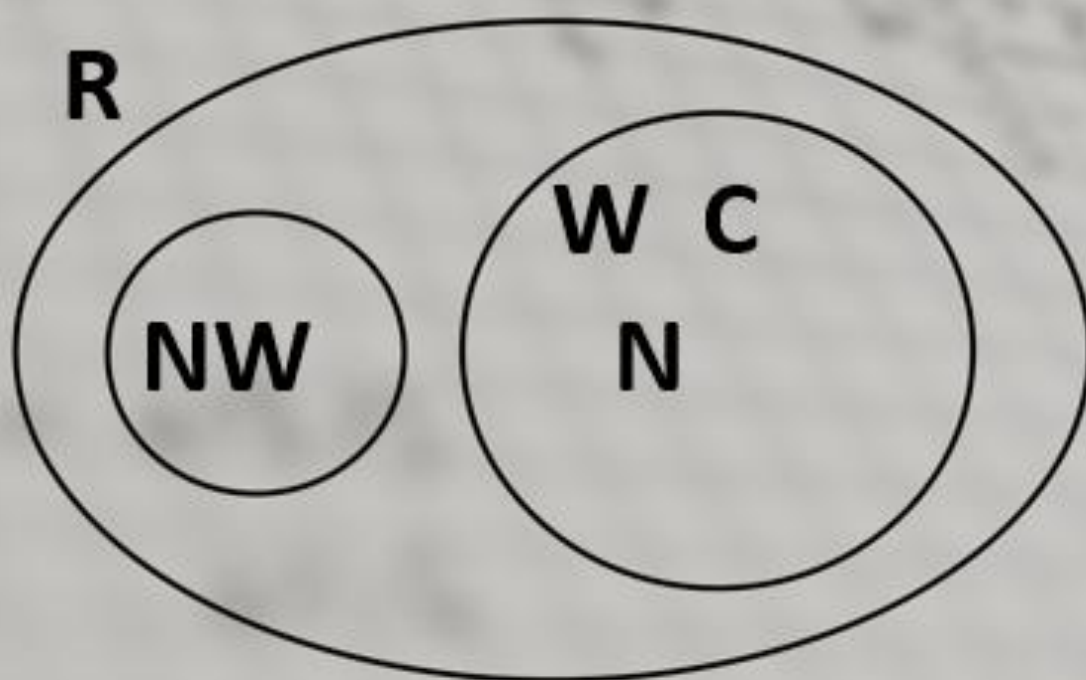


WRZASK MATEMATYCZNY

TEMAT NUMERU:

LICZBY $\mathbb{R}$ RZECZYWISTE



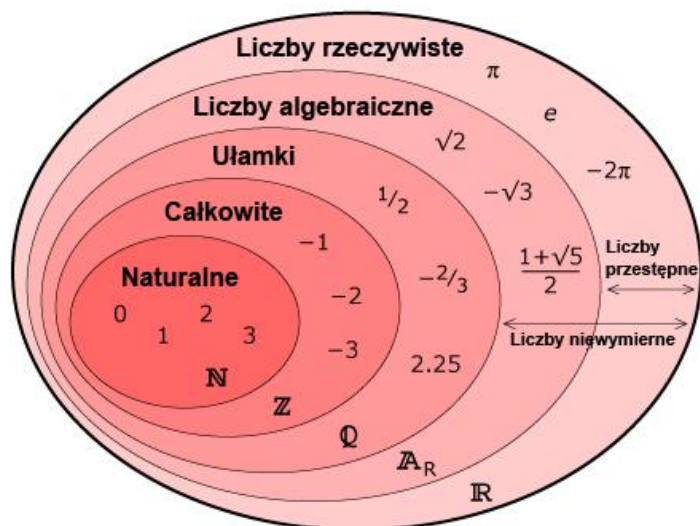
HISTORIA

Do zbioru liczb rzeczywistych zaliczane są wszystkie liczby, które znamy, oznaczamy je symbolem $\mathbb{R}$ i dzielimy na dwie największe podgrupy:

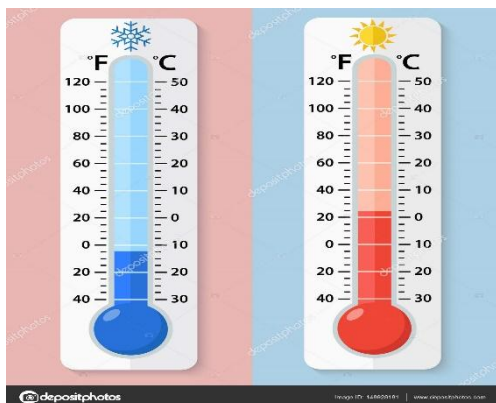
- Liczby wymierne (w tym całkowite i naturalne)
- Liczby niewymierne

Szacuje się, że liczby zostały po raz pierwszy użyte w okolicy 30 000 roku przed naszą erą. Natomiast pierwszy duży system pozycyjny datuje się na 3100 rok przed naszą erą. Od tamtego czasu liczby rzeczywiste, a szczególnie wiedza o nich, bardzo się rozwinęła i rozszerzyła. Uчени chętnie je badali i formując twierdzenia na ich temat przyczynili się do lepszego poznania i zrozumienia tego podstawowego działu matematyki.

Postacią, która poczyniła duży postęp w dziedzinie liczb rzeczywistych jest Pierre de Fermat. Był to francuski matematyk, z zawodu prawnik. Opublikowane dopiero po jego śmierci tzw. wielkie twierdzenie Fermata mówi, że nie istnieją liczby naturalne dodatnie x, y, z, n , takie że $x^n + y^n = z^n$ dla $n > 2$. Twierdzenie udowodniono dopiero w 1995 roku. Istnieją również liczby Fermata $F_k = 2^{2^k} + 1$, gdzie k jest liczbą naturalną.



ZASTOSOWANIA LICZB RZECZYWISTYCH



Skala temperatury



Ceny w sklepach



Numery ulic



Godziny



Numery kard kredytowych

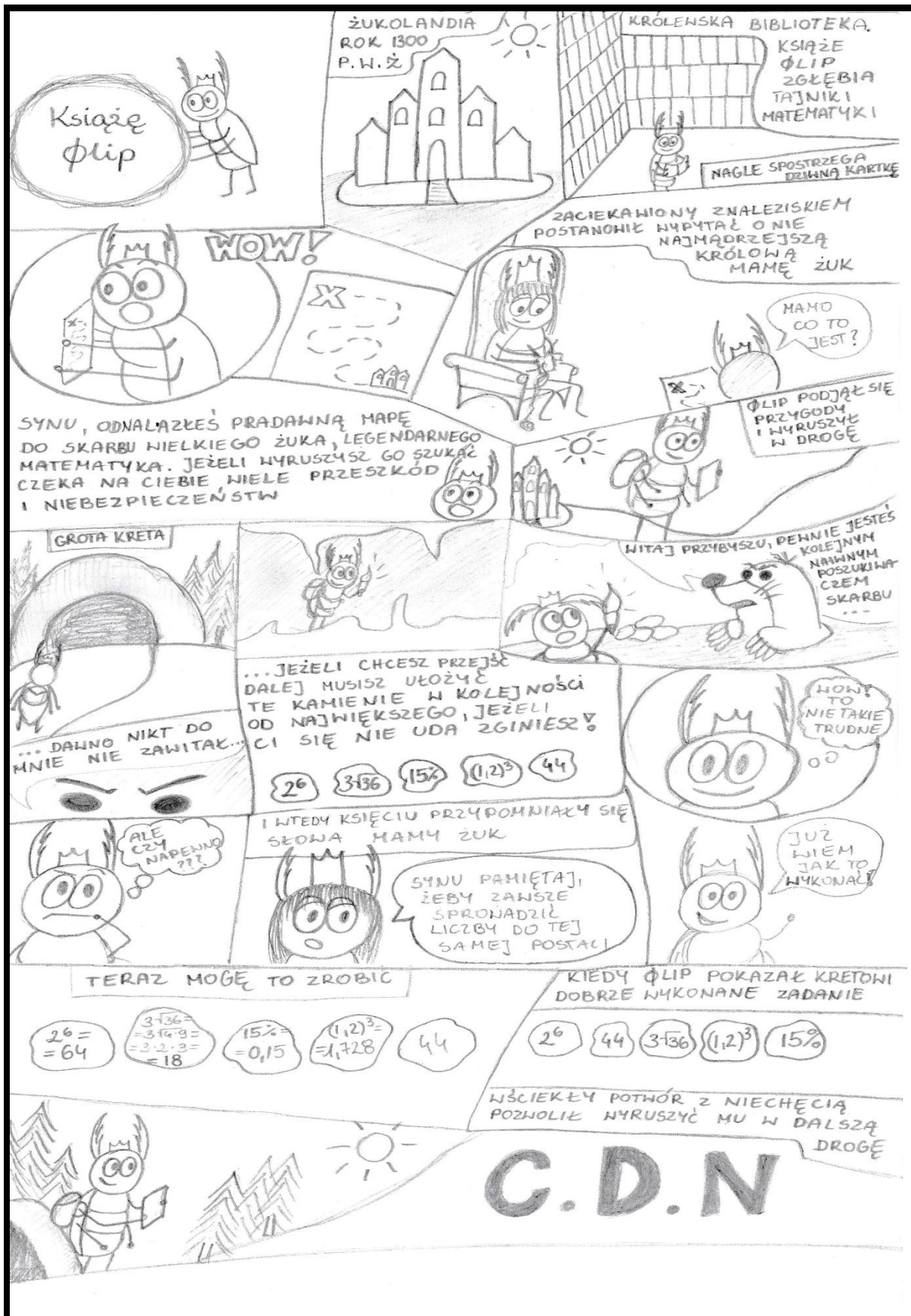


Numery peronów :)

CIEKAWOSTKI

- Istnieje dzień liczby π , który obchodzony jest 14 marca. Datę wybrano z powodu skojarzenia z pierwszymi liczbami rozwinięcia dziesiętnego liczby.
- Ludolph van Ceulen (żyjący na przełomie XVI i XVII wieku) poświęcił dużą część swojego życia na obliczenie liczby π . Skończył na 35 miejscu po przecinku. Na cześć jego dokonań liczba ta została nazwana *ludolfiną*.
- Liczba π nie jest możliwa do wyliczenia. W 2002 roku w Japonii za pomocą komputera rozwinięto liczbę do 1,24 kwintyliona miejsc po przecinku.
- Do dzisiaj naukowcy nie są w stanie określić dokładnego wzoru na liczby pierwsze. Niektórzy wierzą, że wzór ten skrywa wytłumaczenie na najważniejsze pytania ludzkości.
- Według różnych definicji zero należy lub nie należy do liczb naturalnych. Sporność budzi pytanie czy zero w naturze może istnieć jako ilość.
- Każdy numer PESEL ma w sobie zakodowane dane :
sześć pierwszych cyfr zawiera zakodowaną datę urodzenia (rok, miesiąc, dzień)
cztery kolejne cyfry zawierają liczbę porządkową i zakodowane oznaczenia płci osoby (cyfra 10 w nr pesel to płeć):
cyfry 0, 2, 4, 6, 8 – oznaczają płeć żeńską
cyfry 1, 3, 5, 7, 9 – oznaczają płeć męską)
ostatnia cyfra jest cyfrą kontrolną służącą do komputerowej kontroli poprawności nadanego numeru ewidencyjnego, aby sprawdzić czy dany numer PESEL jest prawidłowy, należy, (zakładając, że litery *a-j* to kolejne cyfry numeru od lewej) obliczyć wartość wyrażenia:
$$9 \times a + 7 \times b + 3 \times c + 1 \times d + 9 \times e + 7 \times f + 3 \times g + 1 \times h + 9 \times i + 7 \times j$$

KOMIKS



*Pierwsza litera imienia głównego bohatera nie jest przypadkowa, patrz - złota liczba, złoty podział.

REBUS



nia

2

wa

$$\frac{x+5}{(x^3+5x^2+7):(x^2+1)} = \frac{(x^3+5x^2+7):(x^2+1)}{(x^3+x)-(5x^2+5)} = \frac{5x^2-x+7}{-x+2}$$

lomiany

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

blizka



unek

ochód



$$e = 2 + 1$$

$$\begin{array}{r} 1 + 1 \\ 2 + 2 \\ 3 + 3 \\ 4 + 4 \\ 5 + 5 \\ 6 + \dots \end{array}$$

liczba...



biór zadań

ā , ā

tura

$$81^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{81}$$



ereg

prom eń



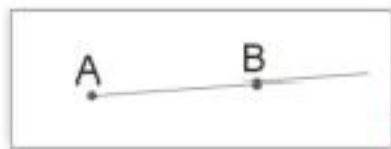
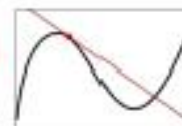
orwacja



piór



chodna



pół...a



sin...s



wanie

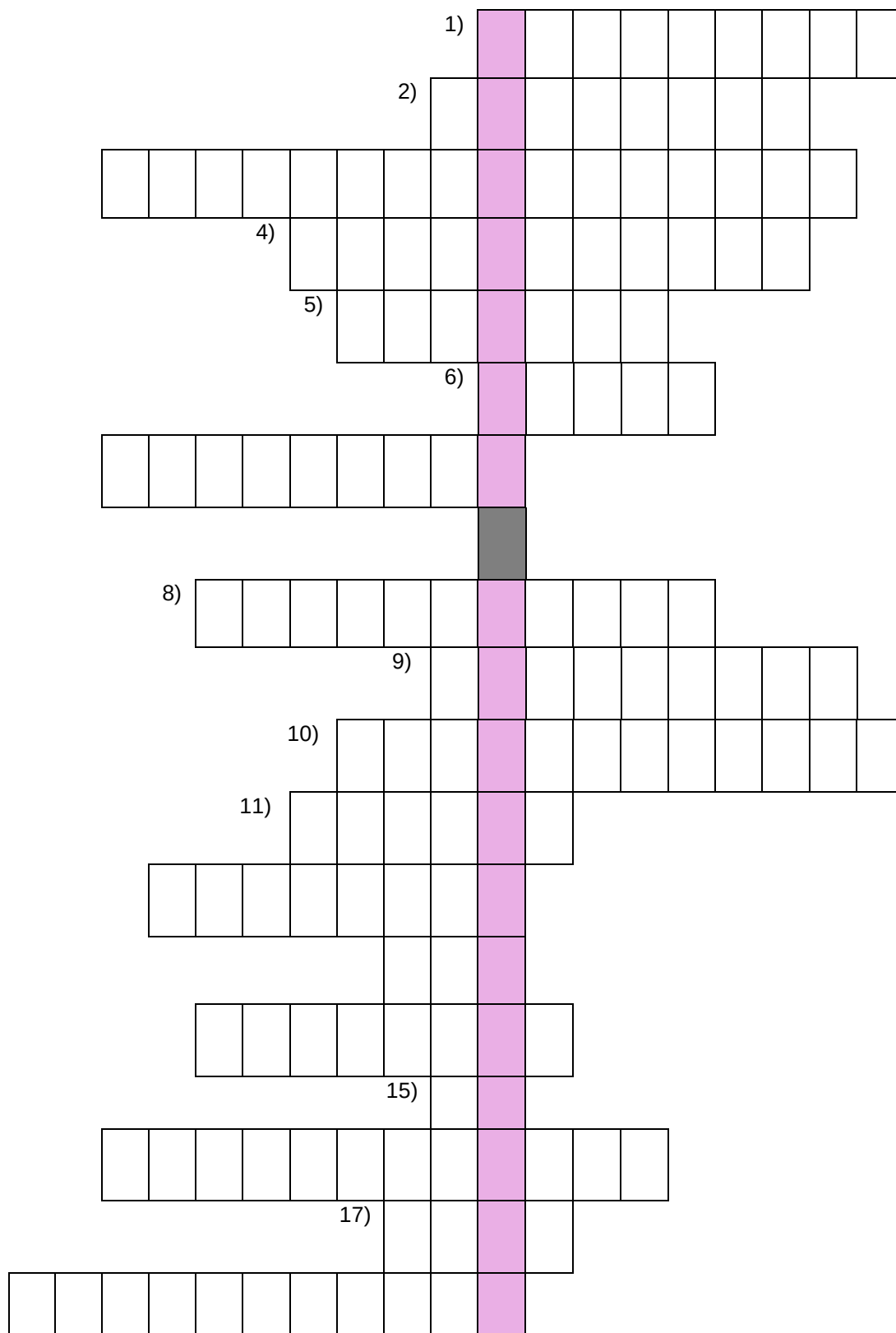


wykre



wartość
be..względna

KRZYŻÓWKA



1. Gdy przybliżenie jest większe od liczby, mówimy o przybliżeniu ...
2. Przy mnożeniu różnych pierwiastków o tym samym wykładniku, wykładnik zostaje ten sam, ... są mnożone między siebie.
3. Działanie odwrotne do potęgowania.
4. Są to liczby o wzorze $2a+1$.
5. Setna część danej wielkości.
6. Liczba, która nie jest ani pierwsza, ani złożona.
7. Inaczej liczba π .
8. Wielokrotne mnożenie liczby przez siebie.
9. Liczba mnożeń podstawy zapisywana w indeksie górnym.
10. Stosujemy regułę ... przybliżając liczbę w postaci dziesiętnej.
11. Ułamek o zapisie składającym się z licznika i mianownika.
12. Liczba, która ma dokładnie dwa dzielniki - jeden i samą siebie.
13. Największy wspólny dzielnik.
14. Każda liczba dająca się przedstawić w postaci ułamka.
15. Złota liczba.
16. Zbiór liczb rzeczywistych to struktura ...
17. Istnieją ... klasyczne sposoby konstrukcji liczb rzeczywistych.
18. Metryka Euklidesa, czyli wartość ...

ZADANIA MATURALNE

MATURA PODSTAWOWA

Przykład 1.

Liczba $\sqrt[3]{4^{-1}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{3}}$ jest równa

- A. $2^{\frac{1}{6}}$ B. $2^{\frac{1}{4}}$ C. $2^{\frac{1}{3}}$ **D. $2^{\frac{11}{12}}$**

Rozwiązanie

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{4^{-1}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} &= \\&= 4^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot (2^4)^{\frac{1}{3}} = \\&= (2^2)^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} = \\&= 2^{-\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} = \\&= 2^{-\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{4}{3}} = \\&= 2^{-\frac{8}{12} + \frac{3}{12} + \frac{16}{12}} = \\&= 2^{\frac{11}{12}}\end{aligned}$$

Przykład 2.

Oblicz iloraz kwadratu sumy liczb $\sqrt{24}$ i $\sqrt{54}$ przez sumę ich kwadratów

Rozwiązanie

$$\begin{aligned} & \frac{(\sqrt{24} + \sqrt{54})^2}{\sqrt{24}^2 + \sqrt{54}^2} = \\ &= \frac{24 + 2\sqrt{24} \cdot \sqrt{54} + 54}{24 + 54} = \\ &= \frac{78 + 2\sqrt{24 \cdot 54}}{78} = \\ &= \frac{78 + 2\sqrt{1296}}{78} = \\ &= \frac{78 + 2 \cdot 36}{78} = \\ &= \frac{78 + 72}{78} = \\ &= \frac{150}{78} = \\ &= 1 \frac{72}{78} = \\ &= 1 \frac{12}{13} \end{aligned}$$

Przykład 3.

Przedstaw $\frac{4^{-1}-3\cdot(\frac{2}{3})^{-2}}{5-(\frac{1}{2})^{-1}}$ w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Rozwiązanie

Wpierw potęgi:

$$\frac{4^{-1}-3(\frac{2}{3})^{-2}}{5-(\frac{1}{2})^{-1}} = \frac{0,25-3\cdot\frac{9}{4}}{5-2}$$

Teraz, w związku z kolejnością wykonywania działań, wykonamy mnożenie:

$$\frac{0,25-3\cdot\frac{9}{4}}{5-2} = \frac{\frac{1}{4}-\frac{27}{4}}{5-2}$$

I teraz z górki (na ogórki):

$$\frac{\frac{1}{4}-\frac{27}{4}}{5-2} = \frac{-\frac{26}{4}}{3} = -\frac{26}{4} : 3 = -\frac{8,5}{4} = -\frac{17}{8}$$

MATURA ROZSZERZONA

Przykład 1.

Liczba $\log_3 5 \cdot \log_4 9 \cdot \log_5 2$ jest równa

- A. 1 B. 4 C. 2 D. 5

Rozwiązanie

Zauważmy, że

$$\log_4 9 = \frac{\log_5 9}{\log_5 4} = \frac{\log_5 3^2}{\log_5 2^2} = \frac{2\log_5 3}{2\log_5 2} = \frac{\log_5 3}{\log_5 2}$$

Stąd

$$\log_3 5 \cdot \log_4 9 \cdot \log_5 2 = \log_3 5 \cdot \frac{\log_5 3}{\log_5 2} \cdot \log_5 2 = \log_3 5 \cdot \log_5 3$$

Korzystając ze wzoru na zmianę podstawy logarytmu $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, stwierdzamy, że $\log_3 5 \cdot \log_5 3 = 1$.

Przykład 2.

Jakim procentem liczby x jest liczba y, jeżeli:

$$x = \frac{27^9 + 81^7}{9^{13}}$$
$$y = \frac{8^{16} + 4^{25}}{16^{12}}$$

Zakoduj dziesiątki, jedności i pierwszą cyfrę rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Rozwiązanie

Naszym zadaniem jest przede wszystkim doprowadzić, aby liczby potęgowane były takie same, wtedy będziemy mogli rozwiązać działanie:

$$x = \frac{(3^3)^9 + (3^4)^7}{(3^2)^{13}} = \frac{3^{27} + 3^{28}}{3^{26}} = \frac{3^{27}}{3^{26}} + \frac{3^{28}}{3^{26}} = 3 + 3^2 = 3 + 9 = 12$$
$$y = \frac{(2^3)^{16} + (2^2)^{25}}{(2^4)^{12}} = \frac{2^{48} + 2^{50}}{2^{48}} = \frac{2^{48}}{2^{48}} + \frac{2^{50}}{2^{48}} = 1 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

Teraz, skoro mamy już x i y w najprostszej postaci, wyliczmy jakim procentem liczby x jest liczba y :

$$\frac{5}{12} \cdot 100\% = \frac{500}{12}\% = 41, (6) \approx 41,667\%$$

Zatem zakodować należy cyfry:

4	1	6
---	---	---

Przykład 3.

Porównaj liczby a^b oraz b^a , gdzie $a = \left[(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \right]^2$,

$$b = \frac{81^{-1} \cdot \sqrt{3}}{27^{-2} \cdot \sqrt[4]{9}}$$

Rozwiązanie

$$\begin{aligned}
 a &= \left[(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \right]^2 = \\
 &= 2 - \sqrt{3} + 2(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \cdot (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + 2 + \sqrt{3} = \\
 &= 2 + 2(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \cdot (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + 2 = \\
 &= 2 + 2\sqrt{(2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3})} + 2 = \\
 &= 2 + 2\sqrt{4 - 3} + 2 = \\
 &= 4 + 2\sqrt{1} = \\
 &= 4 + 2 \cdot 1 = 6 \\
 a &= 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{81^{-1} \cdot \sqrt{3}}{27^{-2} \cdot \sqrt[4]{9}} = \\
 &= \frac{3^{-4} \cdot \sqrt{3}}{3^{-6} \cdot \sqrt[4]{9}} = \\
 &= \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt[4]{9}} = \\
 &= \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt[4]{3^2}} = \\
 &= \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 9
 \end{aligned}$$

$$a = 6$$

$$b = 9$$

Odp.

$$a^b = 6^9$$

$$b^a = 9^6$$

ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA

MATURA PODSTAWOWA

Zadanie 1.

Liczbę $\sqrt{50}$ można przedstawić w postaci

A. $5\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{5}$ **C.** $25\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{25}$

Zadanie 2.

Wykaż, że liczba $7^{121} - 3 \cdot 7^{119}$ jest podzielna przez 23

Zadanie 3.

Przedstaw liczbę w ułamku zwykłym: $0,0(63)$

MATURA ROZSZERZONA

Zadanie 1.

Wartość wyrażenia $2\log_5 10 - \frac{1}{\log_{20} 5}$ jest równa

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Zadanie 2.

Iloczyn trzech kolejnych liczb całkowitych jest 6 razy większy od kwadratu najmniejszej z tych liczb powiększonego o 1. Wyznacz te liczby.

Zadanie 3.

Oblicz wartość wyrażenia

$$\sqrt{\left(3\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[5]{3\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3\sqrt[3]{3}}}\right) + \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} \cdot \frac{2^6 \cdot 32^5 \cdot 128^4}{4^9 \cdot 16^7 \cdot 64^3}}$$

SUCHARY MATEMATYCZNE

1) Rozmawiają dwie liczby ujemne:

-Wiesz co, chyba usunę sobie minusa.

-No co ty - mówi druga - nie bądź taka bezzwzględna

2) Co zrobi kowal matematyk z kulą śniegu?

100π ją.

3) Jak mnoży Jezus na matematyce?

Na krzyż.

OGŁOSZENIA

- Klasa II b zaprasza na **SOR matematyczny**, czyli szkolny oddział ratunkowy z matematyki! Na zajęciach: przygotowanie do sprawdzianów i kartkówek oraz powtórzenie do matury. Ty podajesz temat, my go dla ciebie przygotowujemy!

W każdy piątek o godzinie 14.30 w sali nr 13. Po więcej informacji prosimy zgłaszać się do A. Wrzeszcz.

- **Internetowy Konkurs Matematyczny – MAX MATEMATYCZNY**
edycja VI
odbędzie się w czwartek 18 października 2018
termin zgłoszeń upływa 10.10.2018 r.
więcej na stronie: http://jersz.pl/contest,11,tab_85.html

Bibliografia:

- „Matematyka 1” wyd. Nowa Era
- https://www.google.com/search?client=firefox-b&biw=1876&bih=1021&tbm=isch&sa=1&ei=xB2dW9jeIoKwswHl5pigDg&q=fermat&oq=fermat&gs_l=img.3..0l4j0i30k1l6.21107.23241.0.23597.6.6.0.0.0.97.480.6.6.0....0...1c.1.64.img..0.6.472....0.sULCmKJw-1Q#imgsrc=Idh_vmjf7tLZaM:
- https://www.google.com/search?q=liczby+rzeczywiste&client=firefox-b&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjd6Za7or3dAhUMiSwKHSunBpIQ_AUICigB&biw=1876&bih=1021#imgsrc=D7QUxfepS7GmaM:
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Liczby_rzeczywiste
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Liczby_Fermata
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat

Gazetkę przygotowali:

Z historii matematyki: Gosia, Gabi, Werka, Hania

Zastosowania: Paweł, Dominika, Martyna

Ciekawostki matematyczne: Miklusia, Jawoszek, Kuba

Komiks: Hidook, Mckubiak, Kasia, Basia

Rebus: Julka, Matylda, Alek, Oskar

Krzyżówka: Maja, Pati, Teresa, Tosia

Zadania przed maturą: SOS, Melo, Pszemo, Mehow

Skład, humor, okładka: Wojciech, MXD, Z8z