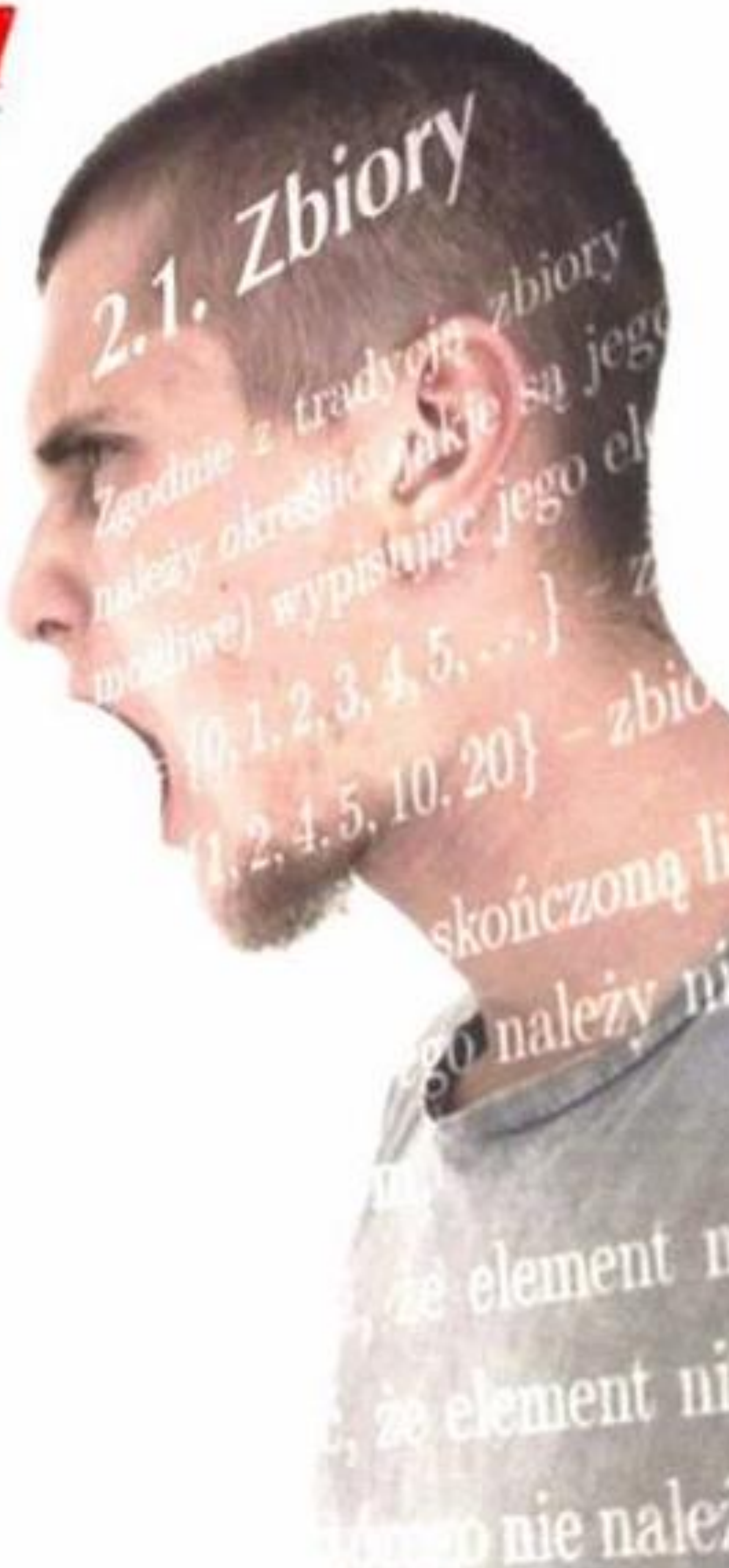
WRZASK MATEMATYCZNY

ZBIORY



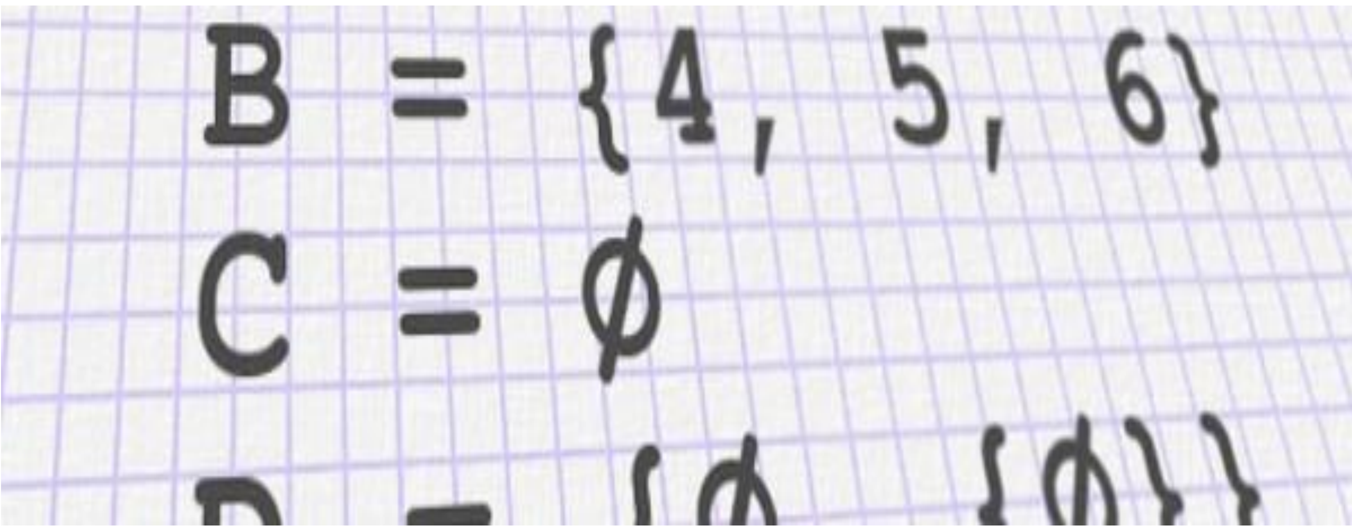
HISTORIA

Już w starożytności Greccy matematycy przydzielali konkretne liczby do danego zbioru pod względem wspólnych cech, na przykład wspólnych dzielników. Zgodnie z tradycją przedmioty należące do zbioru nazywamy jego elementami. Zbiory oznaczamy zwykle wielkimi literami alfabetu, a elementy - małymi.

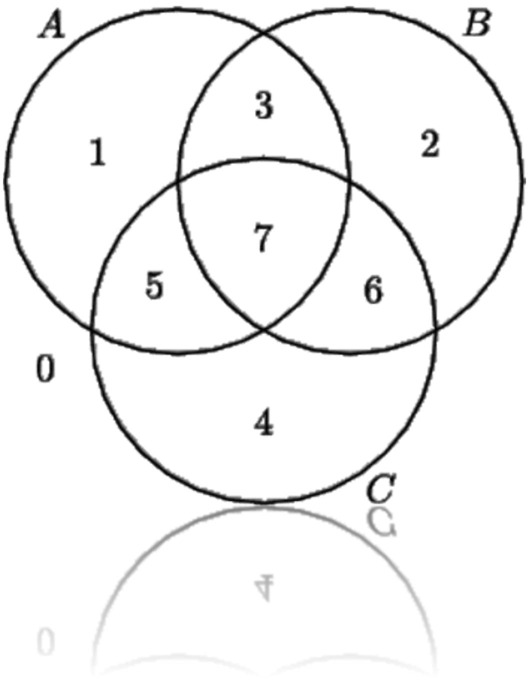
Zdanie „*a* jest elementem zbioru *A*” zapisujemy symbolicznie $a \in A$. Znak „∈” czytamy „należy do zbioru”.

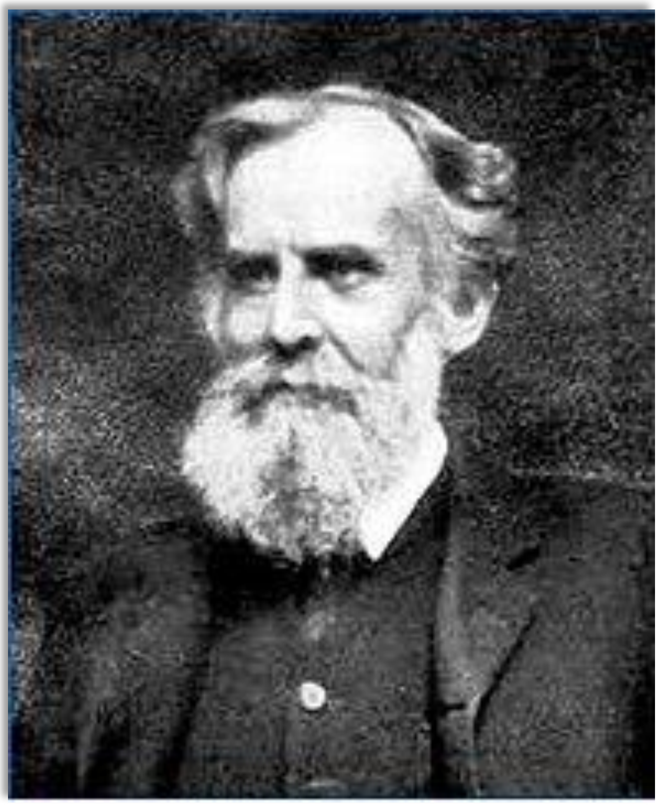
Możemy wyróżnić:

- zbiór skończony-taki, który ma skończoną liczbę elementów
- zbiór nieskończony-do którego należy nieskończenie wiele elementów
- zbiór pusty-nie należy do niego żaden element i oznaczamy go symbolem ∅.



Najwybitniejszą postacią ówczesnych czasów jest John Venn angielski matematyk, logik i filozof. Urodzony w Kingston Upon Hull (Yorkshire). Od dziecka pasjonował się matematyką, cały czas tworząc nowe teorie oraz formułując wnioski. W wieku 23 lat ukończył studia z matematyki na Uniwersytecie w Cambridge. Diagramy, które noszą jego imię, zostały wprowadzone jako sposób obrazowania relacji włączenia i wykluczenia między klasami lub zbiorami. Składają się z dwóch lub trzech przecinających się okręgów, z których każdy reprezentuje klasę oraz oznaczony jest wielką literą. Małe litery x i cieniowane służą do wskazania odpowiednio istnienia i nieistnienia (przynajmniej jednego) członka danej klasy.



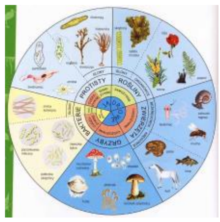


ZASTOSOWANIA

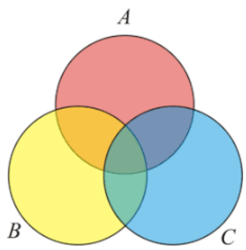
- **<u>W programowaniu</u>** – (tzw. set) są one wykorzystywane do przechowywaniu kolekcji danych oraz jako zmienne w języku Pascal, pojawiają się nawet działania na nich

- **<u>W statystyce</u>** – jako zbiory danych, które są określane również jako kolekcja danych statystycznych. Zwykle stanowią wyniki obserwacji pewnej próby statystycznej, dzięki ich uporządkowanej formie ułatwiają analizę danych.

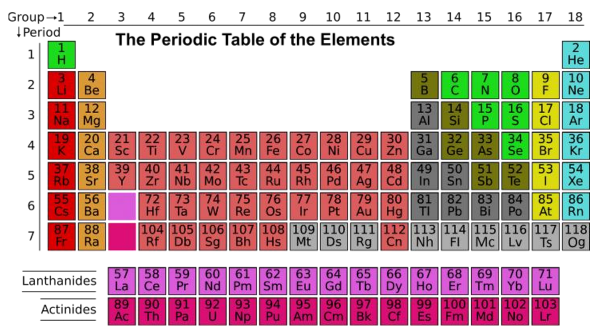
- **<u>W biologii</u>** – między innymi przy opisie danych królestw, gatunków, podgatunków itp.



- **<u>W życiu codziennym</u>** – do opisowego określania różnych zależności



- **<u>W chemii</u>** – gdzie układ okresowy pierwiastków jest swoistym zbiorem z wieloma podzbiorami np. metale szlachetne, lantanowce

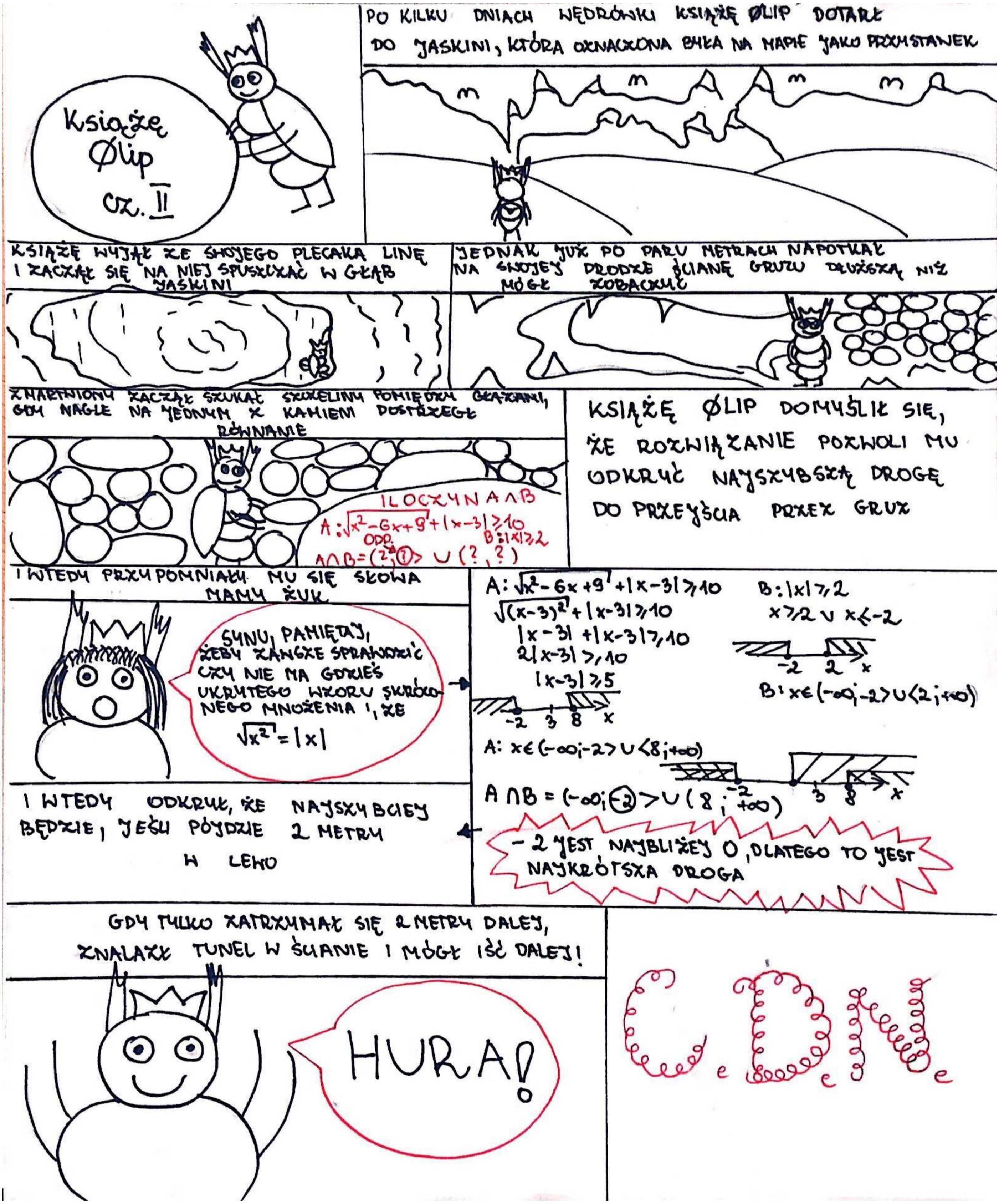


Ciekawostki

- Zbiór pusty jest podzbiorem każdego zbioru. Wynika z tego, że zbiór pusty ma aż jeden podzbiór: zbiór pusty.
- Inna, dosyć ciekawa nazwa na zbiór jednoelementowy to SINGLETON.
- Zbiór mający co najmniej jeden element możemy określić jako „niepusty”.
- Jedną z ważniejszych teorii mówiących o zbiorach jest teoria mnogości. W jej zakres wchodzą zbiory liczbowe oraz wszelkie inne zbiory elementów abstrakcyjnych. Jednym z jej 4 głównych twórców był słynny polski matematyk, Wacław Sierpiński. →

- ∞ ma zawsze otwarty przedział, gdyż nieskończoność nie ma końca.
- Jeżeli przedział ma w zapisie nieskończoność to można go nazwać prawo lub lewostronnie nieograniczonym.

KOMIKS

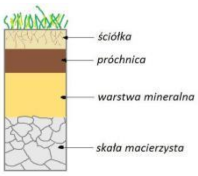


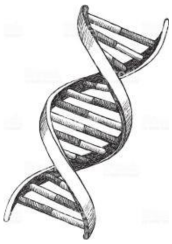
Książę Ølip cz. II
PO KILKU DNIACH WĘDRÓWKI KSIĄŻĘ ØLIP DOTARŁ DO JASKINI, KTÓRA OZNACZONA BYŁA NA MAPIE JAKO PRZYSTANEK
KSIĄŻĘ WYJĄŁ ZE SWOJEGO PLECAKA LINĘ I ZACZĄŁ SIĘ NA NIEJ SPUSZCZAĆ W GŁĄB JASKINI
JEDNAK JUŻ PO PARU METRACH NAPOTKAŁ NA SWOJEJ DRODZE ŚCIANĘ GRUZU DŁUŻSZĄ NIŻ MÓGŁ ZOBACZYĆ
ZMARTWIONY ZACZĄŁ SZUKAĆ SZCZELINY POMIĘDZY GŁAZAMI, GDY NAGLE NA JEDNYM Z KAMIENI DOSTRZEGŁ RÓWNANIE
ILOCZYN A∧B
$A: \sqrt{x^2-6x+9}+|x-3| \geq 10$
$B: |x| \geq 2$
ODP. $A \cap B = (?; ?> \cup (?, ?)$
KSIĄŻĘ ØLIP DOMYŚLIŁ SIĘ, ŻE ROZWIĄZANIE POZWOLI MU ODKRYĆ NAJSZYBSZĄ DROGĘ DO PRZEJŚCIA PRZEZ GRUZ
I WTEDY PRZYPOMNIAŁY MU SIĘ SŁOWA MAMY ŻUK
SYNU, PAMIĘTAJ, ŻEBY ZAWSZE SPRAWDZIĆ CZY NIE MA GDZIEŚ UKRYTEGO WZORU SKRÓCONEGO MNOŻENIA I, ŻE $\sqrt{x^2} = |x|$
$A: \sqrt{x^2-6x+9}+|x-3| \geq 10$
$\sqrt{(x-3)^2}+|x-3| \geq 10$
$|x-3|+|x-3| \geq 10$
$2|x-3| \geq 10$
$|x-3| \geq 5$
-2 3 8 x
$A: x \in (-\infty; -2> \cup <8; +\infty)$
$B: |x| \geq 2$
$x \geq 2 \vee x \leq -2$
-2 2 x
$B: x \in (-\infty; -2> \cup <2; +\infty)$
$A \cap B = (-\infty; -2> \cup (8; +\infty)$
-2 3 8 x
-2 JEST NAJBLIŻEJ 0, DLATEGO TO JEST NAJKRÓTSZA DROGA
I WTEDY ODKRYŁ, ŻE NAJSZYBCIEJ BĘDZIE, JEŚLI PÓJDZIE 2 METRY W LEWO
GDY TYLKO ZATRZYMAŁ SIĘ 2 METRY DALEJ, ZNALAZŁ TUNEL W ŚCIANIE I MÓGŁ IŚĆ DALEJ!
HURA!
C.D.N.

REBUS

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

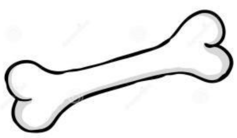
~~kocz~~ ~~ny~~ ~~sze~~ ~~ór~~





~~ba~~ e→ę ~~ch~~ ~~rki~~ +j ~~eum~~

~~ę~~ ~~pór~~ ~~den~~ +j ~~dech~~ ~~o~~ +ł



~~k~~ ~~grobek~~ ~~em~~ ~~st~~ ~~łowiek~~

~~ling~~ ~~kl~~ ~~k~~ ~~b~~

KRZYŻÓWKA MATEMATYCZNA

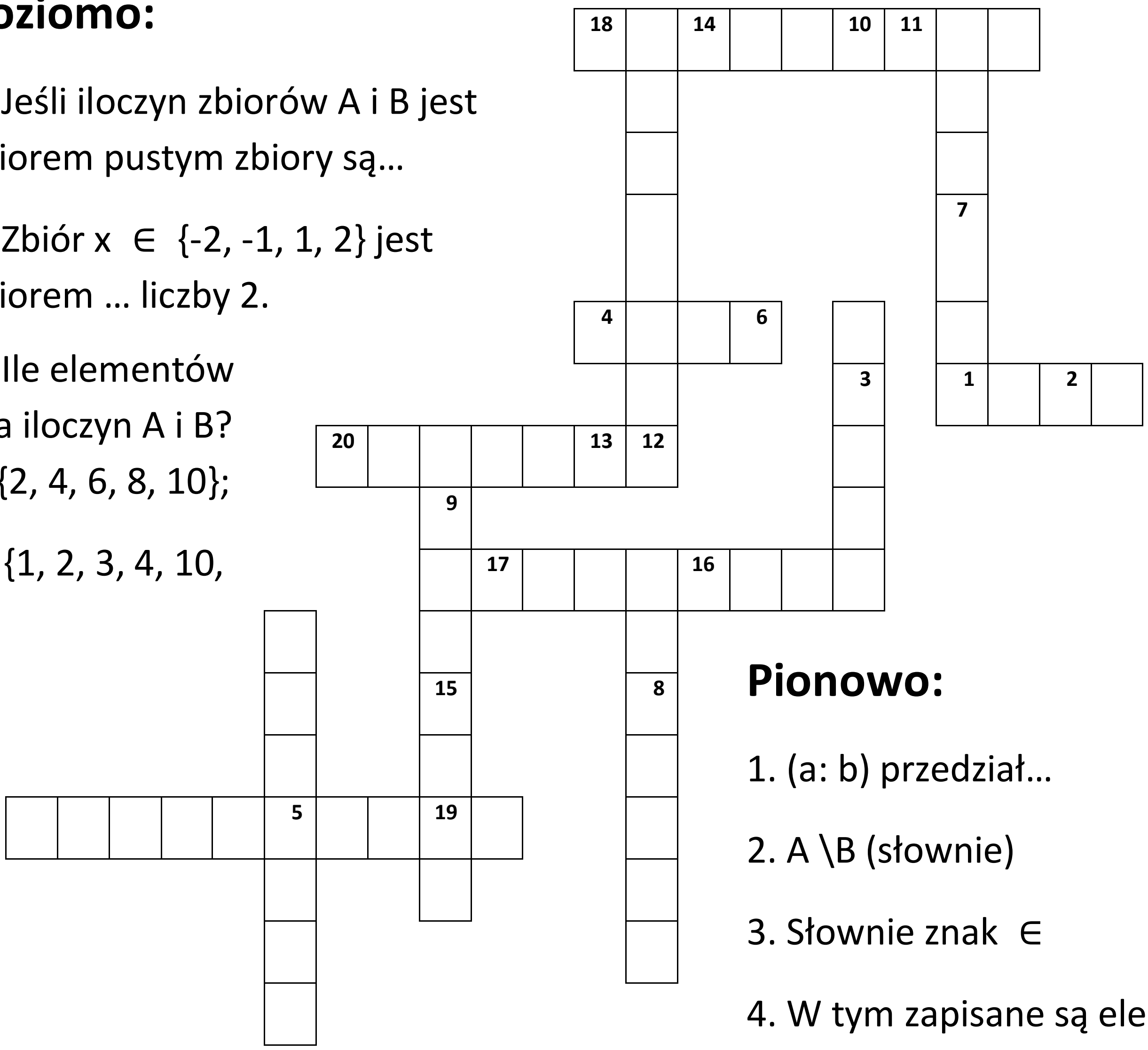
Poziomo:

1. Jeśli iloczyn zbiorów A i B jest zbiorem pustym zbiory są…

2. Zbiór x ∈ {-2, -1, 1, 2} jest zbiorem … liczby 2.

3. Ile elementów ma iloczyn A i B? A:{2, 4, 6, 8, 10};

B: {1, 2, 3, 4, 10,



4. A∩B oznacza, że liczba 1 to element … zbioru A i B, gdy A:{1, 2}, B:{3, 1}.

5. <a; b> przedział…

6. Dodanie jednego zbioru do drugiego.

Pionowo:

1. (a: b) przedział…

2. A \B (słownie)

3. Słownie znak ∈

4. W tym zapisane są elementy zbioru.

5. Zbiór bez żadnego elementu.

6. Inaczej zbiór B zawarty w zbiorze A.

HASŁO:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

ZADANIA MATURALNE

MATURA PODSTAWOWA

PRZYKŁAD 1

Zbiór X= $\mathbf{R} \setminus (1; 6\rangle$ można zapisać w postaci:

A. X= $(-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$

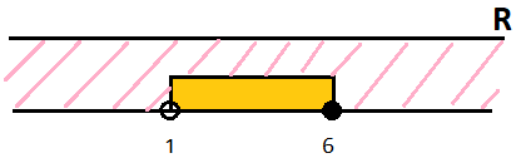
B. X= $(-\infty; 1\rangle \cup \langle 6; +\infty)$

C. X= $(-\infty; 1) \cup \langle 6; +\infty)$

D. X= $(-\infty; 1\rangle \cup (6; +\infty)$

ROZWIĄZANIE:

Rysujemy więc, dla pomocy, przedziały $X = \boldsymbol{R}$ oraz $(1; 6\rangle$ i odejmujemy go:



(zauważmy, że nie odjęliśmy od przedziału 1 (kółeczko otwarte), ale odjęliśmy 6 (kółeczko zamknięte))

Odpowiedzią więc będzie $X = (-\infty; 1\rangle \cup (6; +\infty)$.

PRZYKŁAD 2

Wypisz wszystkie elementy zbiorów:

A – zbioru naturalnych liczb nieparzystych mniejszych od 11,

B – zbioru dzielników naturalnych liczby 63,

Wyznacz część wspólną tych zbiorów.

ROZWIĄZANIE:

Zapisujemy zbiory A i B

$A = \{1,3,5,7,9,\}$

$B = \{1,3,7,9,21,63\}$

Wyznaczamy część wspólną, czyli liczby, które są w obydwu zbiorach i zapisujemy odpowiedź

Odpowiedź: $A \cap B = \{1,3,7,9\}$

PRZYKŁAD 3

Zapisz w postaci przedziału zbiór liczb rzeczywistych spełniających równanie $|1 - x| = x - 1$

ROZWIĄZANIE:

Zaczynamy więc od zastosowania definicji wartości bezwzględnej:

$$|1 - x| = \begin{cases} 1 - x & gdy: \quad 1 - x > 0 \\ -(1 - x) = x - 1 & gdy: \quad 1 - x \leq 0 \end{cases}$$

Teraz widzimy, że aby obydwie strony były sobie równe to co pod wartością bezwzględną musi mieć znak przeciwny. Rozwiązujemy nierówność:

$$1 - x \leq 0$$
$$-x \leq -1$$
$$x \geq 1$$

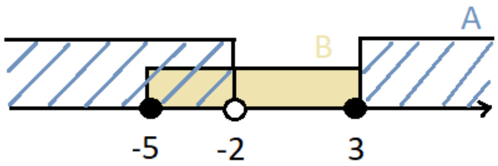
Odpowiedź: $\langle 1; +\infty)$

PRZYKŁAD 4

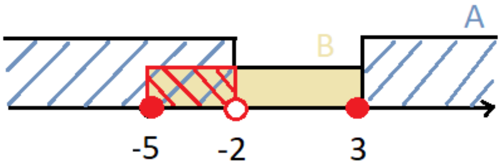
Dane są zbiory $A = (-\infty; -2) \cup \langle 3; +\infty)$ oraz $B = \langle -5; 3\rangle$. Wyznacz zbiory $A \cap B$ oraz $A \backslash B$. Ile liczb postaci $\frac{k}{2}$, gdzie k jest liczbą całkowitą, należy do zbioru $B \backslash A$.

ROZWIĄZANIE:

Rysujemy przedziały A i B



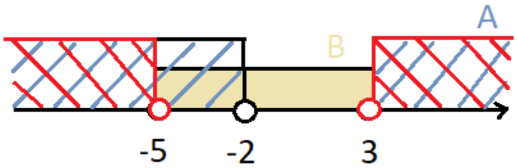
→ Wyznaczamy część wspólną zbiorów



(kółko przy 2 było niezamalowane, więc nie należy do części wspólnej, a liczba 3 należy do obydwu)

$A \cap B = \langle -5; -2) \cup \{3\}$

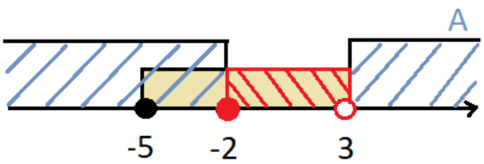
→ odejmujemy zbiór B od A



(-5 i 3 należały do zbioru B więc przedziały są otwarte)

$A \backslash B = (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$

→ odejmujemy zbiór A od B



(przedział zawiera -2, ponieważ nie należało ono do przedziału A i nie zawiera 3, ponieważ należało do A)

$B \backslash A = \langle -2; 3)$

Zapisujemy liczby w postaci $\frac{k}{2}$, czyli

$k \in \{-2, -1\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}\}$

Zapisujemy odpowiedź:

Odpowiedź: $A \cap B = \langle -5; -2) \cup \{3\}$, $A \backslash B = (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$, jest dziesięć takich liczb.

MATURA ROZSZERZONA

PRZYKŁAD 1

Ile rozwiązań ma równanie $|2|x+3|-3| = 3$?

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

ROZWIĄZANIE:

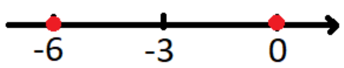
Najpierw rozwiązujemy równanie twierdzeniem:

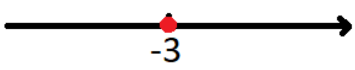
$$2|x+3|-3 = 3 \quad \vee \quad 2|x+3|-3 = -3$$

$$2|x+3| = 6 \qquad 2|x+3| = 0$$

$$|x+3| = 3 \qquad |x+3| = 0$$

Tak przygotowane równania możemy rozwiązać metodą graficzną:





Rozwiązaniem równania są 3 liczby, tak więc zaznaczamy odpowiedź B

PRZYKŁAD 2

Liczba *n* jest najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą równanie
$2\ |x+57| = \ |x-39|$. Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby $|n|$

ROZWIĄZANIE:

Rysujemy oś i rozwiązujemy równania w poszczególnych przedziałach. W każdym przedziale sprawdzamy czy rozwiązanie należy do założenia:

-x-39 | -x+39 | x-39
-x+57 | x+57 | x+57

-57 | 39

zał. I: $x \in (-\infty; -57)$

$2(-x-57) = -x+39$

$-2x - 114 = -x + 39$

$-x = 153$

$x = -153$ $\quad \in$ *zał.*

zał. II: $\langle -57; 39)$

$2(x+57) = -x+39$

$2x + 114 = -x + 39$

$3x = -75$

$x = -25$ $\quad \in$ *zał.*

zał. III: $\langle 39; +\infty)$

$2(x+57) = x-39$

$2x + 114 = x - 39$

$x = -153$ $\quad \notin$ *zał*

Rozwiązaniami równania są liczby: -153 i -25. Tak więc n= -153,
Zapisujemy $|n| = |-153|$, czyli kodujemy liczbę 153.

1	5	3

PRZYKŁAD 3

Rozwiąż nierówność $|x-1| + |x-5| \leq 10 - 2x$

ROZWIĄZANIE:

Rysujemy oś i rozwiązujemy nierówności w poszczególnych przedziałach i w każdym przedziale bierzemy część wspólną tego przedziału z otrzymanym zbiorem rozwiązań nierówności.

-x+5 | -x+5 | x-5
-x+1 | x-1 | x-1

1 | 5

I zał. $x \in (-\infty; 1)$

$-x + 1 - x + 5 \leq 10 - 2x$

$-2x + 2x \leq 10 - 5 - 1$

II zał. $x \in \langle 1; 5)$

$x - 1 - x + 5 \leq 10 - 2x$

$2x \leq 10 - 5 + 1$

III zał. $x \in \langle 5; +\infty)$

$x - 1 + x - 5 \leq 10 - 2x$

$4x \leq 10 + 5 + 1$

$0x \leq 4$ odp. I : $x \in (-\infty; 1)$

$x \leq 3$ odp. II : $x \in \langle 1; 3 \rangle$

$x \leq 4$ odp. III : $x \in \emptyset$

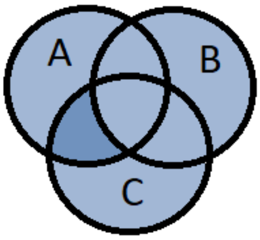
Sumujemy odpowiedzi i podajemy odpowiedź ostateczną:
Odpowiedź: $x \in (-\infty; 3\rangle$

ZADANIA DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

MATURA PODSTAWOWA:

ZADANIE 1

Na diagramie obok ciemniejszym kolorem zaznaczono zbiór:



A. $A \cap B$

B. $A \cup B$

C. $(A \cap C) \setminus B$

D. $(A \cup C) \setminus B$

ZADANIE 2

Dane są przedziały $A = \langle 3; 6 \rangle$, $B = (5; +\infty)$. Podaj, ile liczb całkowitych należy do zbioru $A \cap B$, a ile do zbioru $A \setminus B$.

ZADANIE 3

Dane są zbiory:

A – zbiór rozwiązań nierówności 1,5-0,75x $>$ 0

B – zbiór rozwiązań nierówności -3x$\leq$12

C $= \langle 0; 6 \rangle$

Wyznacz zbiór $A \cap B$. Ile dzielników liczby 48 należy do zbioru $C \setminus A$?

MATURA ROZSZERZONA

ZADANIE 1

Dane są zbiory $A = (-\infty; -3\rangle \cup \langle 2; 7)$ i $B = (-5; 1) \cup (2; +\infty)$. Ile liczb całkowitych należy do zbioru A\B' ?

A. 9 B. 8 C.6 D.5

ZADANIE 2

Liczba a jest iloczynem wszystkich liczb spełniających równanie

$\left|\frac{1}{2}|x+1| - 4\right| = 3$. Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby a

ZADANIE 3

Rozwiąż nierówność $|2x + 4| + |x - 1| \leq 6$

SUCHARY

1. Jak mama budzi ósemkę?

-Wstawaj. Nie możesz tak leżeć w nieskończoność!

2. W której części pociągu jeździ matematyk?
W przedziale.

3. Wchodzi liczba do wagonu a tu nie jej przedział.

4. Po co matematyk idzie na pole?

Po zbiory.

Ogłoszenia

Klasa II b zaprasza na SOR matematyczny, czyli szkolny oddział ratunkowy z matematyki! Na zajęciach: przygotowanie do sprawdzianów i kartkówek oraz powtórzenie do matury. Ty podajesz temat, my go dla ciebie przygotujemy! Zapraszamy w piątek od 14:30 do 15:15 (8 godz. lekcyjna)

Odpowiedzi do zadań:

Matura podstawowa:

1. C

2. 1 do $A \cap B$ i 3 do $A \setminus B$

3. $A \cap B$ = $\langle -4; 2)$, cztery liczby.

Matura rozszerzona:

1. C

2. 585 (a=585)

3. $x \in \langle -3; 1 \rangle$

Gazetkę przygotowali:

Z historii matematyki: Paweł, Dominika, Martyna

Zastosowania: Wojciech, MXD, Z8z

Ciekawostki matematyczne: Hidook, Mckubiak, Kasia, Basia

Komiks: Julka, Matylda, Alek, Oskar

Rebus: Maja, Pati, Teresa, Tosia

Krzyżówka: Gosia, Gabi, Werka, Hania

Zadania przed maturą: Miklusia, Jawoszko, Kuba

Skład, humor, okładka: SOS, Melo, Pszemo, Mehow (bardzo pomogli Mckubiak z Hidookiem)