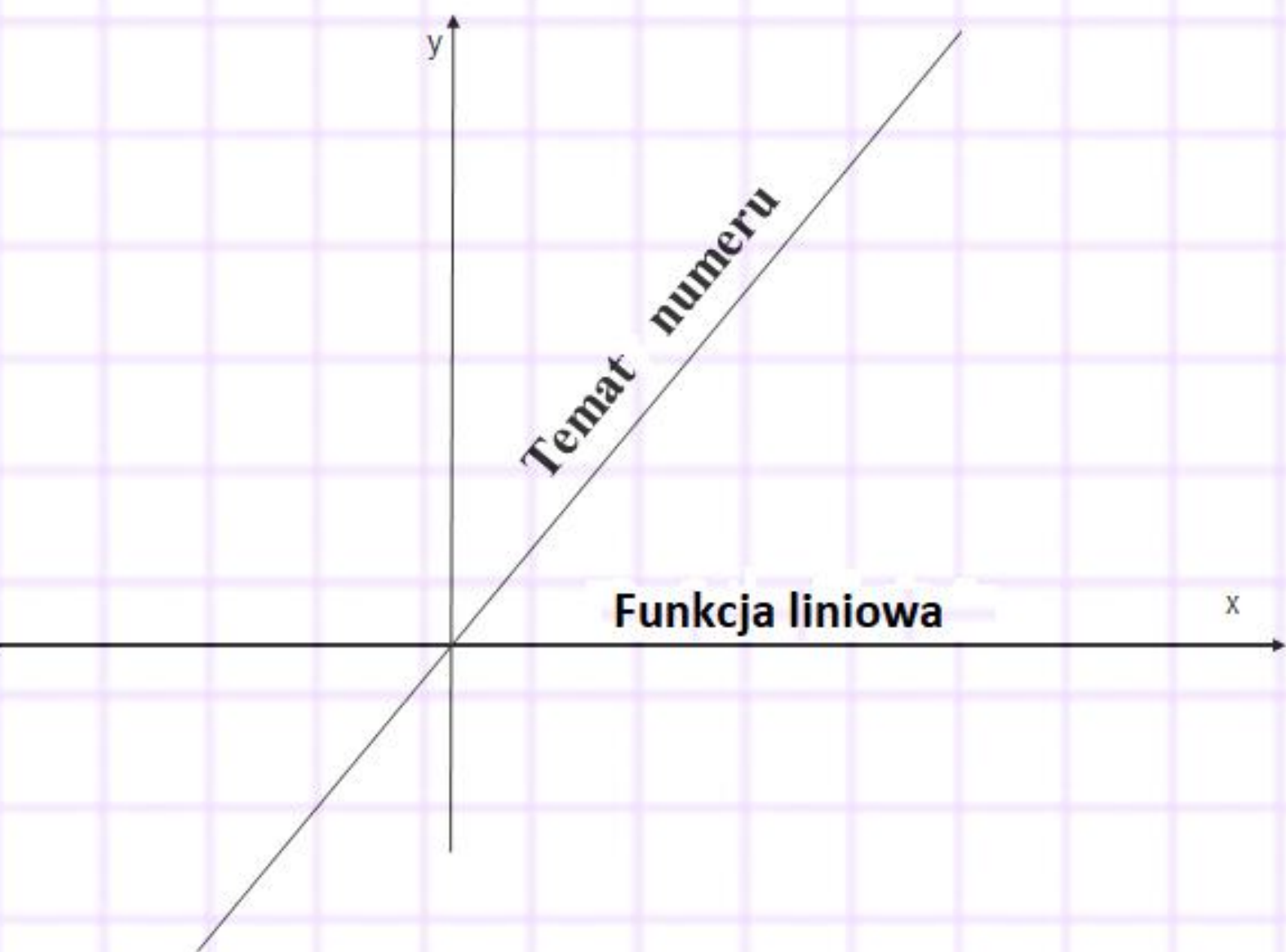


Wrzask Matematyczny



HISTORIA

Pierwszy raz terminu funkcja użył Gottfried Wilhelm w pracy *Odwrotna metoda stycznych lub o funkcjach* opublikowanej w 1692. Następnie rozwijał to zagadnienie w kolejnych pracach i korespondencji z Johannem Bernouli. Na początku Leibniz mimochodem oznaczał literą n „*dowolną wielkość utworzoną z nieoznaczonych i stałych*”. Określenie funkcji jako wyrażenia analitycznego było po raz pierwszy sformułowane w druku w artykule Johanna Bernoulli opublikowanym w 1718 roku. Zaproponował wówczas zapis funkcji składający się z greckiej litery ϕ i zapisując argument jeszcze bez nawiasów ϕx . Literę f i nawiasy w zapisie funkcji wprowadził dopiero Leonhard Euler w 1734 roku. (ten sam, który stworzył teorię grafów na podstawie rozwiązywania zagadnienia mostów królewskich). Warto dodać, że pojęcie funkcji w postaci początkowej pojawiało się w średniowieczu, lecz dopiero w pracach matematyków XVII wieku, Fermata, Kartezjusza, Newtona i Leibniza, zaczęło być traktowane jako obiekt badań np. Newton używał terminu *fluenta*.

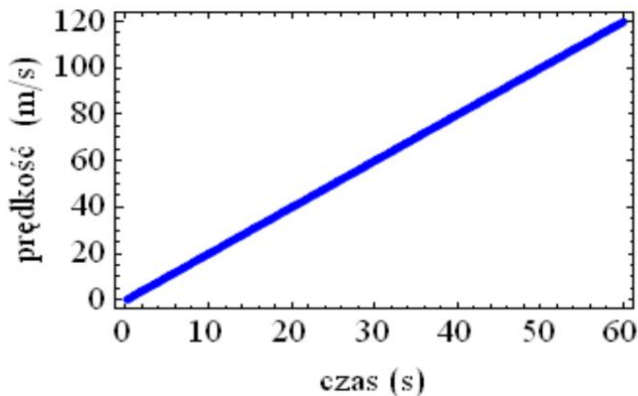


CIEKAWOSTKI

- Poszukiwaniem wzajemnych zależności między różnymi wielkościami zajmowali się już starożytni Grecy, którzy badali dość szeroki krąg zależności funkcyjnych.
- Pojęcie funkcji w postaci początkowej pojawiało się w średniowieczu, lecz dopiero w pracach matematyków XVII wieku, Fermata, Kartezjusza, Newtona i Leibniza, zaczęło być traktowane jako obiekt badań.
- Terminu funkcja użył po raz pierwszy Leibniz w pracy „Odwrotna metoda stycznych lub o funkcjach”.
- Jeszcze w 1698 roku w korespondencji między Bernoullim, a Leibnizem, funkcja była rozumiana jako wyrażenie analityczne i weszły do użytku terminy „wielkość zmienna” i „wielkość stała”.

ZASTOSOWANIA

FUNKCJI LINIOWEJ

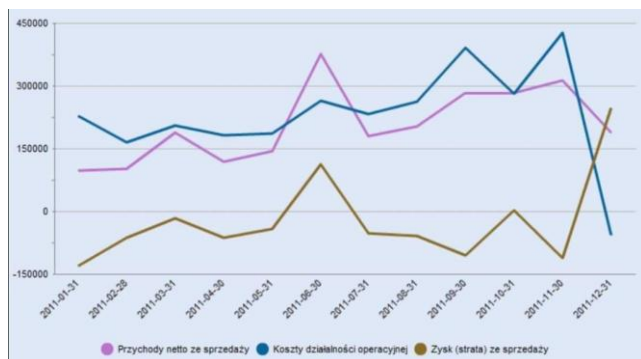
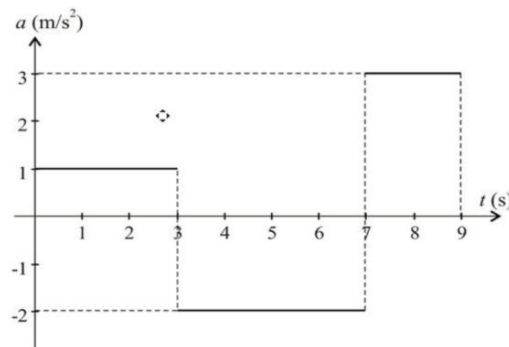


Funkcja liniowa jest głównie używana do przedstawiania różnego rodzaju wykresów. Mogą one dotyczyć, na przykład, zależności kosztów od różnych czynników.

Wykresy to również bardzo ważny element fizyki.

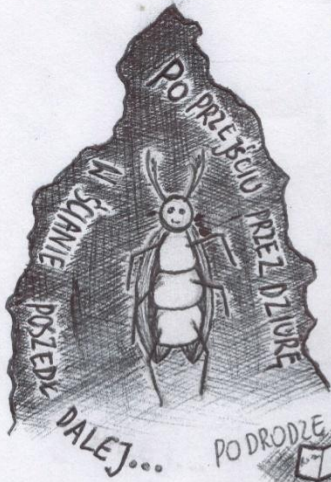
Zależność drogi od czasu, prędkości od czasu, przyspieszenia od czasu,

wszędzie tam możemy spotkać funkcję liniową. Jest więc ona dobrym sposobem na proste i czytelne przedstawienie zależności dwóch czynników.

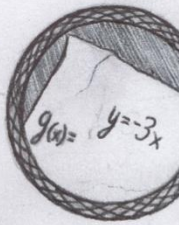


KOMIKS

KSIAZE FLIP CZ. III



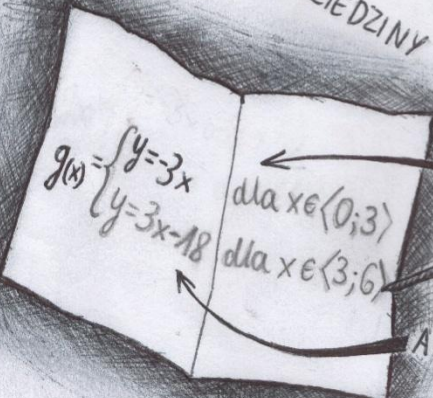
PODRODZE ZNALAZŁ PRZEDZINNĄ KARTECZKĘ...



DLA FUNKCJI LINIOWEJ $y = ax + b$ jeśli $a > 0$, to FUNKCJA ROŚNIE jeśli $a < 0$, to MALEJE.

LEGAĆ W PROJEKCJI CAŁEGO SWOJEGO ŻYCIA (OKAZAŁA) MU SIĘ MAMA ZUK...

FLIP DOMYŚLIŁ SIĘ SZYBKO I JESZCZE SPADAJĄC DOPISAŁ NA KARTCE DRUGĄ FUNKCJĘ I ICH DZIEDZINĘ



$$g(x) = \begin{cases} y = -3x & \text{dla } x \in (0; 3) \\ y = 3x - 18 & \text{dla } x \in (3; 6) \end{cases}$$

TUTAJ SPADAŁEM...

A TUTAJ TRAJEKTORIA

MOJEGO LOTU NIESPODZIEWANIE, ALE SZŁĘŚLIWIE SIĘ ZMIENIŁA. PRZEZ ZMIANĘ MONOTONICZNOŚCI FUNKCJI ZMIENIA SIĘ JEJ KIERUNEK TO ZNACZY JEST:

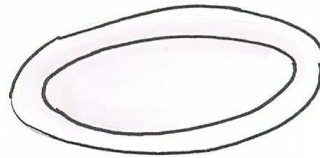
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ ROSNĄCA
LUB
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ MALEJĄCA
STAKA

C.D.N...

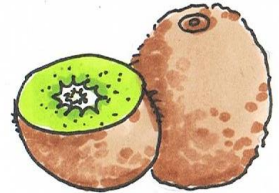
REBUS



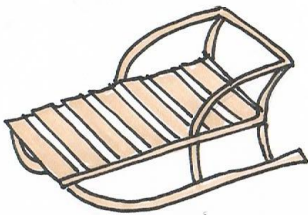
~~NI~~



~~LERZ~~



~~NI~~ + E



~~NKI~~



~~TRZ~~



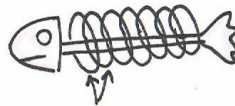
(skrót)



~~F~~

synonim do daleki

~~Y~~



between in 



(po wTosku)

~~GH~~

kocham cię (skrót)

Yummy (fonetycznie)



~~MEK~~



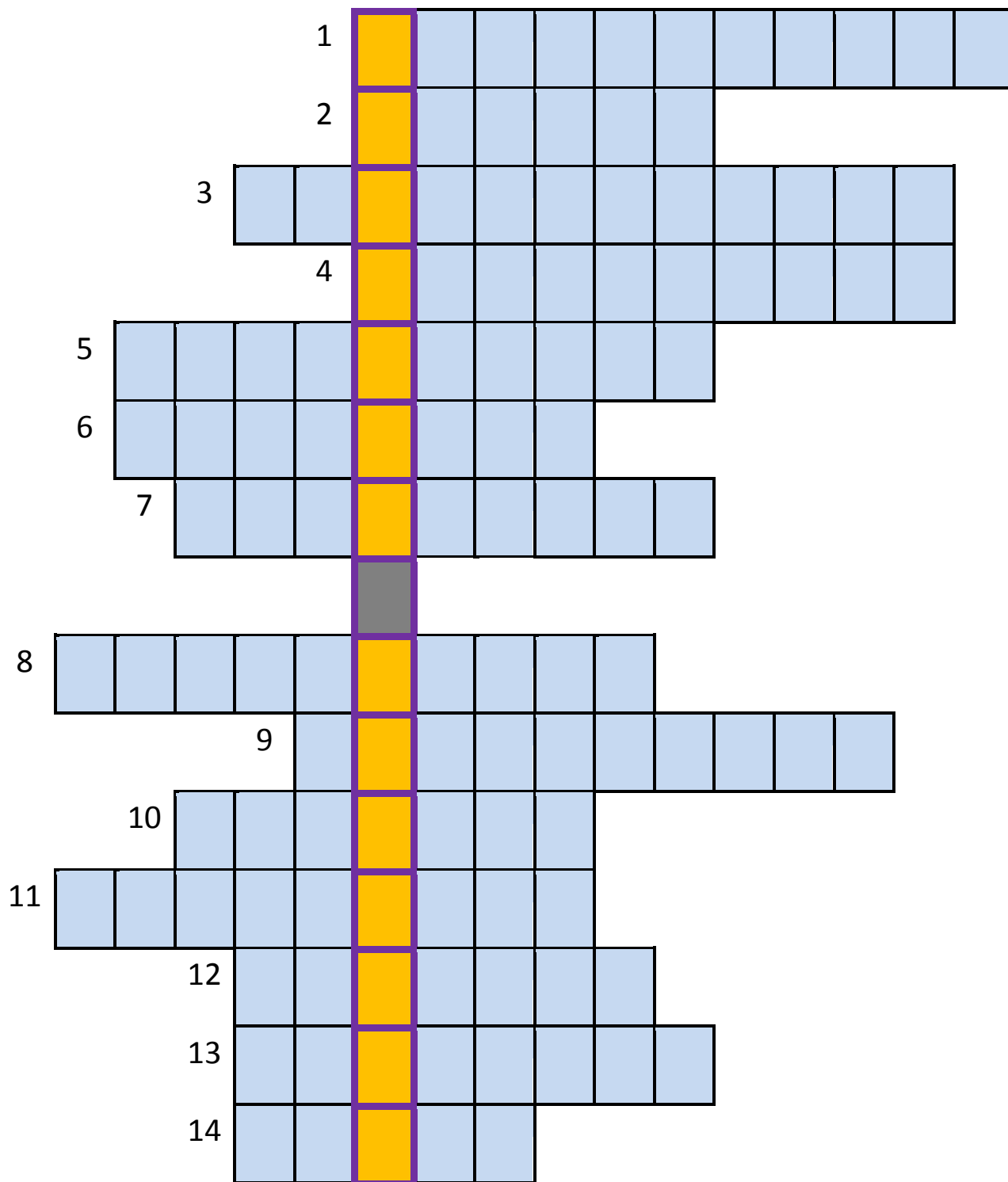
~~LEB~~



~~S~~

 W
YORK

KRZYŻÓWKA



- 1) Jedna ze skali pomiaru temperatury, używana zamiennie ze skalą Celsjusza.
- 2) Metoda podstawiania, to jedna z metod rozwiązywania ... równań.
- 3) Funkcja jest ... jeżeli jest rosnąca, malejąca lub stała.
- 4) Literka „a” w funkcji liniowej oznacza współczynnik ...
- 5) Literka „b” oznacza w funkcji liniowej współrzędną punktu ... z osią OY.
- 6) Jeśli $a < 0$ (czyt. „a jest mniejsze od zera”) funkcja liniowa jest ...
- 7) Gdy równanie ma jedno rozwiązanie, jest ono ...
- 8) Dwie proste są względem siebie ... gdy mają ten sam współczynnik kierunkowy.
- 9) Którego stopnia jest funkcja liniowa?
- 10) Jeśli współczynnik kierunkowy jest dodatni, wówczas funkcja liniowa jest ...
- 11) Prosta jest prostopadła do drugiej prostej, gdy jej współczynnik kierunkowy jest odwrotny i ...
- 12) Funkcja liniowa to równanie kierunkowe ...
- 13) Gdy są dane 2 punkty, można wyznaczyć ... prostej przechodzącej przez te dwa punkty.
- 14) Jeśli $a=0$ funkcja liniowa jest ...

ZADANIA PRZED MATURĄ

PRZYKŁADOWE ZADANIA Z MATURY PODSTAWOWEJ:

Zadanie 1.(matura 2015)(1 pkt)

Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x)=2x+b$ ma takie samo miejsce zerowe, jakie ma funkcja liniowa $g(x)=-3x+4$. Stąd wynika, że

- A. $b = 4$ B. $b = -\frac{3}{2}$ C. $b = -\frac{8}{3}$ D. $b = \frac{4}{3}$

Rozwiązanie:

1) obliczamy miejsce zerowe dla $g(x) \Rightarrow 0 = -3x + 4$

$$x = \frac{4}{3}$$

2) wstawiamy x do wzoru $f(x)$, bo wiemy z treści zadania że $f(x) = g(x) = 0$ dla takiego samego x

$$0 = 2x + b$$

$$b = -2\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{8}{3},$$

Odp. C

Zadanie 2.(matura 2017)(1pkt)

Miejszem zerowym funkcji liniowej $f(x) = \sqrt{3}(x+1) - 12$ jest liczba:

- A. $\sqrt{3}-4$ B. $-2\sqrt{3} + 1$ C. $4\sqrt{3} - 1$ D. $-\sqrt{3} + 12$

Rozwiązanie:

1) podstawiamy $f(x)=0$ i wyliczamy $x \Rightarrow 0 = \sqrt{3}(x+1) - 12$

$$12 = x\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$x = \frac{12 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

2) usuwamy niewymierność z mianownika

$$x = \frac{12\sqrt{3} - 3}{3} = 4\sqrt{3} - 1,$$

Odp. C

Zadanie 3.(matura 2015)(1 pkt)

Na wykresie funkcji liniowej określonej wzorem $f(x)=(m-1)x+3$ leży punkt $S=(5,-2)$. Zatem:

A. $m = -1$

B. $m = 0$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

Rozwiązanie:

1) Podstawiamy $f(x)=-2$ i $x=5 \Rightarrow -2=(m-1)5+3$

$$-2=5m-5+3$$

$$-2=5m-2$$

$$5m=0 \Rightarrow m=0,$$

Odp. B

PRZYKŁADOWE ZADANIA Z MATURY ROZSZERZONEJ:

Zadanie 4. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru m proste $(m+1)x - my - 4$ i $3x + (2-m)y - 6m = 0$ przecinają się w punkcie leżącym na osi OX ?

Rozwiązanie:

1) Obliczenie miejsc zerowych

$$(m-1)x - 4 = 0$$

$$(m-1)x = 4$$

$$x = \frac{4}{(m-1)}$$

$$3x - 6m = 0$$

$$3x = 6m$$

$$x = 2m$$

2) Przyrównujemy

$$\frac{4}{(m-1)} = 2m$$

$$4 = 2m^2 - 2m$$

$$2m^2 - 2m - 4 = 0$$

3) Obliczamy deltę i rozwiązania

$$\Delta = 4 + 32 = 36$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$m_1 = -2m_2 = 1$$

Zadanie 5. (3 pkt)

Dla jakiej wartości parametru m rozwiązaniem równania $|x - 1| = m + 2$ jest para liczb o przeciwnych znakach ?

Rozwiązanie:

1) Zauważ, że równanie ma dwa rozwiązania dla

$$m + 2 > 0$$

$$m > -2$$

2) Pozbycie się wartości bezwzględnej przy użyciu definicji

Dla

$$x \geq 1$$

$$x - 1 = m + 2$$

$$x = m + 3$$

Dla

$$x - 1 < 0$$

$$x < 1$$

$$-x + 1 = m + 2$$

$$-x = m + 1$$

$$x = -m - 1$$

3) Odpowiedź

$$x \in (-1; +\infty)$$

Zadanie 6. (styczeń 2003) (4 pkt)

Dane jest równanie postaci $a^2 \cdot x - 1 = x + a$, w którym niewiadomą jest x . Zbadaj liczbę rozwiązań tego równania, w zależności od parametru a .

Rozwiązanie:

1) Pozbywamy się kwadratu, używamy do tego wzorów skróconego mnożenia.

$$a^2 \cdot x - 1 = x + a$$

$$a^2 \cdot x - x = a + 1$$

$$x \cdot (a^2 - 1) = a + 1$$

$$x \cdot (a - 1) \cdot (a + 1) = a + 1$$

2) Łatwo zauważyć, że mając równanie w tej postaci $a \neq 1$ ponieważ:

$$x \cdot (1 - 1) \cdot (1 + 1) = 1 + 1$$

$$x \cdot 0 = 2 \text{ co jest sprzeczne}$$

3) Możemy też stwierdzić, że dla $a = -1$ nasze równanie ma nieskończenie wiele rozwiązań, ponieważ:

$$x \cdot (-1 - 1) \cdot (-1 + 1) = (-1) + 1$$

$$x \cdot (-2) \cdot 0 = 0 \text{ czyli } x \in \mathbb{R}$$

4) Musimy teraz rozwiązać równanie dla $a \neq 1 \wedge a \neq -1$

$$x \cdot (a - 1) \cdot (a + 1) = a + 1 / \div (a - 1)(a + 1)$$

$$x = \frac{a + 1}{(a - 1)(a + 1)}$$

$$x = \frac{1}{a - 1}$$

Równanie ma jedno rozwiązanie.

Odp. Dla $a = 1$ równanie nie ma rozwiązania, dla $a = -1$ ma nieskończenie wiele rozwiązań, dla pozostałych a ma jedno rozwiązanie.

INNE PRZYKŁADY:

Zadanie 7.

Napisz wzór funkcji, której wykresem jest prosta równoległa do danej prostej $y = -2x + 7$ i przechodząca przez punkt $P(3, -1)$.

Rozwiązanie:

1) proste są równoległe, gdy $a_1 = a_2 \Rightarrow a = -2$

$$y = -2x + b$$

2) wiemy, że ta prosta przechodzi przez punkt $P(3, -1)$. Podstawiamy współrzędne punktu do równania

$$-1 = -2 \cdot 3 + b$$

$$b = 5$$

3) podajemy wzór funkcji: $y = -2x + 5$

Odp. Wzór funkcji to $y = -2x + 5$.

Zadanie 8.

Wyznacz m , wiedząc, że wykres funkcji liniowej g jest równoległy do wykresu funkcji liniowej f , jeśli:

$$f(x) = 4 - (2m + \sqrt{2})x \quad \text{i} \quad g(x) = (\sqrt{2}m + 2)x + 8$$

Rozwiązanie:

1) proste są równoległe, gdy $a_1 = a_2 \Rightarrow -(2m + \sqrt{2}) = (\sqrt{2}m + 2)$

$$-2m - \sqrt{2} = \sqrt{2}m + 2$$

$$-2m - \sqrt{2}m = 2 + \sqrt{2}$$

2) wyciągamy $-m$ przed nawias $-m(2 + \sqrt{2}) = 2 + \sqrt{2}$

3) dzielimy obustronnie przez $2 + \sqrt{2}$

$$-m = 1 \Rightarrow m = -1$$

Odp. $m = -1$

Zadanie 9.

Wykres funkcji liniowej f jest prostopadły do wykresu funkcji liniowej g . Wykresy przecinają oś OY w tym samym punkcie o rzędnej 4. Wyznacz wzór funkcji f oraz wzór funkcji g wiedząc, że do wykresu funkcji f należy punkt $A(-2, 8)$.

Rozwiązanie:

1) $f(x) \perp g(x) \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{a_1}$

2) punkt przecięcia z osią $OY = (0, 4) \Rightarrow b = 4$

3) do wzoru funkcji f podstawiamy współrzędne punktu A :

$$8 = a_1 \cdot (-2) + 4$$

$$4 = (-2)a_1$$

$$a_1 = -2$$

3) korzystając z warunku prostopadłości prostych obliczamy a_2 :

$$a_2 = -\frac{1}{(-2)} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

4) podajemy wzory funkcji liniowych f i g :

$$f(x) = -2x + 4$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 4$$

Odp. $f(x) = -2x + 4$ i $g(x) = \frac{1}{2}x + 4$.

ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA:

Zadanie 1.(matura 2018)(1pkt)

Cyfra 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x)=ax+b$, a punkt $M=(3,-2)$ należy do wykresu tej funkcji. Współczynnik a we wzorze tej funkcji jest równy

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. -1

Zadanie 2.(matura 2016)(1pkt)

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = \frac{3}{4}x+6$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

- A. 8 B. 6 C. -6 D. -8

Zadanie 3.(matura 2018)(1pkt)

Funkcja liniowa f określona jest wzorem $f(x)=\frac{1}{3}x-1$, dla wszystkich liczb rzeczywistych x . Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś OY w punkcie $P=(0,\frac{1}{3})$
B. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś OY w punkcie $P=(0,-1)$
C. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś OY w punkcie $P=(0,\frac{1}{3})$
D. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś OY w punkcie $P=(0,-1)$

Zadanie 4.

Wyznacz wartość b , wiedząc, że wykres funkcji f jest prostopadły do wykresu funkcji g , jeśli: $f(x) = -4x + 3 + b$ i $g(x) = \frac{1}{8}|b + 8|x - b^2$

Zadanie 5.

Wykres funkcji liniowej f jest prostopadły do wykresu funkcji liniowej g . Wykresy tych funkcji przecinają się w punkcie $A(4, 12)$. Miejscem zer. funkcji g jest liczba 1. Wyznacz wzór funkcji f oraz wzór funkcji g .

Zadanie 6.

Punkty $(4, 0)$ i $(0, 3)$ są wierzchołkami równoległoboku, którego dwa boki zawierają się w prostych $y = 3x + 3$ i $y = \frac{1}{2}x - 2$. Wyznacz równania prostych, w których zawierają się jego dwa pozostałe boki. Oblicz pole tego równoległoboku.

Zadanie 7. (maj 2009) (4 pkt)

Funkcja f określana jest wzorem $f(x) = ax + b$ dla $x \in \mathbb{R}$

- Dla $a = 2008$ i $b = 2009$ zbadaj, czy do wykresu funkcji należy punkt $P = (2009, 2009^2)$.
- Narysuj w układzie współrzędnych zbiór

$$A = \left\{ (x, y) : x \in \langle -1, 3 \rangle \text{ i } y = -\frac{1}{2}x + b \text{ i } b \in \langle -2, 1 \rangle \right\}$$

Zadanie 8. (informator)

Dane są funkcje liniowe g i h określone wzorami: $g(x) = ax + b$ i $h(x) = bx + a$. Wiadomo, że funkcja g jest rosnąca, a funkcja h malejąca.

- Wyznacz pierwszą współrzędną punktu przecięcia wykresów tych funkcji.
- Oblicz liczby a i b wiedząc, że wykresy funkcji g i h są prostymi prostopadłymi, a punkt ich przecięcia leży na osi Ox .

SUCHARY

Co ma wspólnego funkcja liniowa i lekcja polskiego?
I to i to ciągnie się w nieskończoność.

Dlaczego nie warto się kłócić z funkcją liniową?
Bo ma nieskończenie wiele argumentów.

Dlaczego funkcja liniowa ma zawsze porządek w pokoju?
Bo ma wszystko przyporządkowane.

Jak jednym słowem najlepiej opisać funkcję liniową?
Prosta.

OGŁOSZENIA

20.12 odbędzie się matematyczno-historyczno-geograficzny konkurs „Druga Rzeczpospolita w liczbach” organizowany w naszej szkole!

oraz

Klasa 2B życzy wszystkim **WESOŁYCH ŚWIĄT!!!!**

Odpowiedzi do zadań do samodzielnego rozwiązania:

1. A 2. D 3. D
4. $b = -8\frac{1}{2} \vee b = -7\frac{1}{2}$
5. $f(x) = -\frac{1}{4} - 4, g(x) = 4x - 4$
6. $m: y = 3x + 12, n: y = \frac{1}{2}x + 3, P = 27\sqrt{5}$
7. a) Tak, należy b) Zbiór zawarty jest między prostymi $y = -\frac{1}{2}x - 2, y = -\frac{1}{2}x + 1, x = -1, x = 3$
8. a) $x = 1$ b) $a = 1, b = -1$

GAZETKĘ PRZYGOTOWALI:

Z historii matematyki: Wojciech, MXD, Z8z

Zastosowania: SOS, Melo, Pszemo, Mehow

Ciekawostki matematyczne: Julka, Matylda, Alek, Oskar

Komiks: Maja, Pati, Teresa, Tosia

Rebus: Gosia, Gabi, Werka, Hania

Krzyżówka: Paweł, Dominika, Martyna

Zadania maturalne + humor: Hidook, Mckubiak, Kasia, Basia

Skład, okładka: Miklusia, Jawoszko, Kuba

